

1. De dataset x_1, x_2, \dots, x_n is afkomstig van n onafhankelijke stochasten X_1, \dots, X_n met dichtheid

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2}{\theta^3\sqrt{\pi}} e^{-x^2/\theta^2}, & \text{als } x \geq 0 \\ 0, & \text{als } x < 0 \end{cases}$$

waarbij θ onbekend is. Bepaal de maximum likelihood schatter voor θ .

2. Een chemisch bedrijf claimt dat zij een gemiddelde CO_2 -uitstoot heeft $1000m^3$ per dag. Een milieubeweging heeft hier echter geen vertrouwen in en meet 5 dagen de CO_2 -uitstoot van het bedrijf. Men vindt

dag	1	2	3	4	5
$m^3 CO_2$	1250	925	1450	1350	1025

We gaan er vanuit dat de uitstoot CO_2 per dag $N(\mu, \sigma^2)$ verdeeld is. Er wordt nu een toets gedaan met

$$H_0 : \mu = 1000$$

en

$$H_1 : \mu > 1000.$$

- (a) De milieubeweging wil 95% zekerheid hebben dat als H_0 waar is, de nul-hypothese niet verworpen zal worden. Zal men op grond van de gemeten CO_2 -uitstoot de nul-hypothese verwerpen?
- (b) Wat is 95% betrouwbaarheidsgebied voor de werkelijke μ ?
3. Laat gegeven zijn dat de stochasten X_1, X_2, \dots, X_{25} onderling onafhankelijk zijn, en allemaal dezelfde verwachting $m = 0$ en dezelfde variantie $\sigma^2 = 0.01$ hebben. Men berekent het gemiddelde van deze stochasten: \bar{X}_{25} .
- a) Geef een afschatting van de kans $P(|\bar{X}_{25}| > 0.2)$ met behulp van de Chebyshev ongelijkheid.
- b) Geef een benadering van dezelfde kans met behulp van de Centrale Limietstelling.