Technische Universiteit Delft | Julianalaan 132
Faculteit der Technische Wiskunde en Informatica | 2628 BL Delft

extra **Tentamen Toeg. Statistiek (a92A)**

Het tentamen bestaat uit 30 opgaven. Het formulier waarop de antwoorden vermeld moeten worden, wordt tijdens het tentamen uitgereikt. U kunt echter al met de opgaven beginnen voordat u het antwoordformulier heeft ontvangen.

Van de bij elke opgave gegeven vier mogelijke antwoorden is er in principe één juist. Een opgave wordt beantwoord door op het antwoordformulier het volgens u juiste antwoordnummer te omcirkelen.

Als u bij een opgave - zonder nadere toelichting - geen of meer dan één antwoordnummer omcirkelt, dan wordt het antwoord fout gerekend. Het is dus verstandig bij een opgave die u niet kunt maken toch een antwoordnummer te omcirkelen.

Veranderingen op het antwoordformulier dienen duidelijk en ondubbelzinnig te geschieden. U heeft bijvoorbeeld het derde antwoord als juist aangemerkt. Bij nader inzien meent u dat het tweede antwoord juist is. U omcirkelt nu het tweede antwoordnummer en zet een kruis door het derde.

Indien naar uw mening het aantal veranderingen te groot wordt, kunt u bij de surveillanten een nieuw antwoordformulier verkrijgen. Daarbij dient u uw oude formulier mee te brengen, zodat dit ongeldig gemaakt kan worden.

Bij de beoordeling tellen alle opgaven even zwaar. Een opgave die te veel tijd vergt, kunt u daarom beter laten rusten tot u de overige opgaven heeft gemaakt. Bij 20 of meer goede antwoorden heeft u zeker een voldoende.

1. Gegeven is een frequentieverdeling van 38 waarnemingen aan een continue variabele:

klassemidden	5	10	15	20	25	30
frequentie	3	6	7	10	8	4

De mediaan is gelijk aan

a) 16,5 b) 17,5 c) 19,0 d) 20,5

2. Van 12 mannen is de gemiddelde lichaamslengte gelijk aan 170 cm. Van 3 andere mannen zijn de lichaamslengtes 172, 175 en 178 cm. De gemiddelde lengte van deze 15 mannen is dan in cm:

a) 171 b) 172 c) 172,5 d) 173,75

3. In onderstaande tabel staan enige gegevens betreffende twee steekproeven:

	omvang	gemiddelde	variantie
steekproef I	5	19	6
steekproef II	10	25	4

Beide steekproeven worden samengevoegd en als één steekproef beschouwd. Voor het steekproefgemiddelde ($\bar{x}$) geldt dat

a) $\bar{x} = 21$ b) $\bar{x} = 22$ c) $\bar{x} = 23$ d) $\bar{x} = 24$

4. Joop en Frans gooien elk twee keer met een zuivere munt. Zij x_1 het aantal malen kruis dat Joop werpt en x_2 het aantal malen kruis dat Frans werpt. Bereken $Pr\{x_1 \neq x_2\}$.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{2}{3}$

5. Uit een populatie bestaande uit de gehele getallen van 1 t/m 10, trekt men aselect en zonder teruglegging twee getallen. Bepaal de kans dat het grootste getrokken getal kleiner is dan 5.
a) 0,12 b) 0,1333 c) 0,16 d) 0,40

6. Het aantal permutaties van de letters van het woord "banaan" bedraagt
a) 12 b) 60 c) 120 d) andere waarde

7. Voor de discrete stochastische variabele $\underline{x}$ geldt dat

$$Pr\{\underline{x} = k\} = cp^k \text{ voor } k = 1, 2, \cdots \quad (= 0 \text{ zoniet}).$$

Dan moet gelden $0 < p < 1$, en
a) $c = \frac{p}{1-p}$ b) $c = p$ c) $c = 1 - p$ d) $c = \frac{1-p}{p}$

8. $\underline{x}$ is een discrete stochastische variabele met als mogelijke uitkomsten de getallen -1, 0 en 1. De verdeling van $\underline{x}$ is symmetrisch om 0, terwijl $Pr\{\underline{x} = -1\} = \frac{1}{4}$. Bereken $Pr\{\underline{x} = 0\}$.
a) 0 b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) niet te bepalen

9. De dagelijkse fractie luchtverontreiniging van een fabriek is een stochastische variabele met verdelingsfunctie $F(x) = x(2 - x)$ op $[0,1]$. Bepaal het te verwachten aantal dagen in een werkjaar van 300 dagen met meer dan 50% verontreiniging.
a) 50 b) 75 c) 150 d) 225

10. Een discrete stochastische variabele $\underline{x}$ kan uitsluitend de waarden 0, 1 en 2 aannemen. Gegeven is dat $\underline{x}$ binomiaal verdeeld is met

$$Pr\{\underline{x} = 1\} = \frac{3}{8} \text{ en } Pr\{\underline{x} = 0\} > Pr\{\underline{x} = 2\}.$$

De parameters n en p van de binomiale verdeling zijn dan gelijk aan
a) $n = 3$, $p = \frac{1}{2}$ b) $n = 2$, $p = \frac{1}{4}$
c) $n = 2$, $p = \frac{3}{4}$ d) $n = 3$, p niet te bepalen

11. Er wordt op een schijf geschoten. De kans dat deze geraakt wordt is voor ieder schot gelijk aan 0,45. Voor 5 gulden mag men 5 keer schieten en elk raak schot levert 2 gulden op. Bereken het verwachte verlies bij dit spel.
a) 45 cent b) 50 cent c) 90 cent d) 1 gulden

12. Van de totale produktie van een gloeilampenfabriek blijkt 2% ondeugdelijk te zijn. De kans om in een aselecte steekproef van 50 gloeilampen meer dan het gemiddeld aantal ondeugdelijke exemplaren aan te treffen is (bij benadering) gelijk aan
a) 0,27 b) 0,35 c) 0,65 d) 0,73

13. Een vertegenwoordiger in computers heeft een dagelijks basisinkomen van f 160,-. Bovendien krijgt hij een bonus van f 50,- per verkochte computer. Het aantal machines dat verkocht wordt, is Poissonverdeeld met gemiddelde 0,25 per demonstratie. Wanneer er vier demonstraties per dag gegeven worden wat is dan de kans dat hij op zo'n dag meer dan f 300,- ontvangt?
a) 0,002 b) 0,02 c) 0,08 d) 0,10

14. Het aantal storingen per week $\underline{x}$ van een copieerapparaat is Poissonverdeeld met gemiddelde 3. De reparatiekosten bedragen dan $3\underline{x} + \underline{x}^2$. Bereken de gemiddelde wekelijkse reparatiekosten.
a) 12 b) 18 c) 21 d) 27

15. Als $\underline{x}$ een stochastische variabele is met een Poisson-verdeling waarvan $E\underline{x} = 2$, is $Pr\{\underline{x} = 3\}$ gelijk aan

a) $\frac{4}{3}Pr\{\underline{x}=0\}$ b) $\frac{8}{3}Pr\{\underline{x}=0\}$ c) $2Pr\{\underline{x}=0\}$ d) $Pr\{\underline{x}=0\}$

16. Een handelaar in dierenbenodigdheden ontvangt zakjes zangzaad. De zakjes bevatten blijkens het etiket gemiddeld 200 gram zangzaad. Ter controle weegt de handelaar de inhoud van 25 zakjes en vindt daarbij dat het gemiddelde gewicht 195 gram bedraagt. Informatie bij de leverancier leert de handelaar dat de zakjes gevuld worden door een machine die zodanig werkt dat de inhoud van een zakje beschouwd kan worden als een trekking uit een normale verdeling met gemiddelde 200 gram en standaardafwijking 10 gram. Hoeveel procent van de afgeleverde zakjes zal meer dan 195 gram bevatten, aangenomen dat de leverancier de waarheid spreekt?

a) 100 % b) 99,38 % c) 89,44 % d) 69,15 %

17. Vervolg. Op welk gemiddeld vulgewicht moet de leverancier de vulmachine minstens instellen opdat hoogstens 5% van de pakjes minder dan 195 gram bevat?

a) 216,45 gram b) 211,45 gram c) 203,29 gram d) 198,29 gram

18. Als $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ stochastische variabelen zijn met variantie σ_1^2 resp. σ_2^2, is de variantie van de stochastische variabele $\underline{x}_1 + \underline{x}_2$ gelijk aan

a) $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \text{Cov}(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ b) $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$

c) $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ indien $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ onafhankelijk zijn

d) geen van bovenstaande antwoorden is juist

19. De continue stochastische variabelen $\underline{x}$ en $\underline{y}$ zijn onafhankelijk. De marginale verdeling van $\underline{x}$ zowel als van $\underline{y}$ is uniform op het interval $[0,1]$. Bereken de kans $Pr\{\underline{x} \leq 0,3 \cap \underline{y} \leq 0,4\}$.

a) 0,09 b) 0,12 c) 0,58 d) 0,7

20. Gegeven zijn twee stochastische variabelen $\underline{x}$ en $\underline{y}$ met Var $\underline{x} = 16$ en Var $\underline{y} = 9$. De stochastische variabele $\underline{z}$ is gedefinieerd als $\underline{z} = \underline{x} - \underline{y}$. Beschouw de bewering: Var $\underline{z} = 7$.

a) De bewering is juist, want Var $\underline{z}$ = Var $\underline{x}$ − Var $\underline{y}$

b) De bewering is altijd onjuist

c) De bewering geldt alleen als $\text{Cov}(\underline{x}, \underline{y}) = -9$

d) De bewering geldt alleen als $\text{Cov}(\underline{x}, \underline{y}) = 9$

21. In een aselect getrokken steekproef van 200 stuks uit de populatie van volwassen mannelijke Rotterdammers blijken er 8 meer te verdienen dan fl 50.000,- per jaar. Bereken het tweezijdig begrensde 90%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage mannen in de populatie met een jaarlijks inkomen van meer dan fl 50.000,-.

a) 1,3 - 6,7% b) 1,7 - 6,3% c) 3 - 11% d) 1 - 9%

22. Bij een bepaalde toets wordt het kritieke gebied vergroot. Daardoor zullen de onbetrouwbaarheid en het onderscheidingsvermogen

	onbetrouwbaarheid	onderscheidingsvermogen
a)	niet toenemen	niet toenemen
b)	niet toenemen	niet afnemen
c)	niet afnemen	niet afnemen
d)	niet afnemen	niet toenemen

23. Uit een normaal verdeelde populatie met onbekend gemiddelde μ en onbekende variantie σ^2 is een aselecte steekproef van n waarnemingen genomen. Van deze steekproef is $\overline{x}$

het gemiddelde en s^2 de variantie. Als $\bar{x} - 1{,}833\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1{,}833\frac{s}{\sqrt{n}}$ een 90%-betrouwbaarheidsinterval voor μ is, is n gelijk aan

a) 9 b) 10 c) 81 d) 100

24. Zij $\underline{W}$ de totale score bij toepassing van de toets van Wilcoxon op twee reeksen waarnemingen van elk 73 waarnemingen. Bepaal $Pr\{\underline{W} \leq 5840\}$ als de reeksen aselecte steekproeven vormen uit populaties met gelijke en continue populatie-verdelingen.

a) 0,1587 b) 0,4455 c) 0,5545 d) 0,8413

25. Een consumentenorganisatie heeft de indruk dat de accu's van het merk "VOLT-AMPER-E6" over het algemeen een spanning afgeven die minder dan 6 Volt bedraagt. Teneinde deze indruk te verifiëren worden 25 accu's van het betrokken merk op afgegeven spanning getest. We veronderstellen dat de 25 metingen onafhankelijke trekkingen zijn uit een normale verdeling met gemiddelde μ Volt en standaardafwijking 0,1 Volt. De nulhypothese $\mu = 6$ dient in dit geval getoetst te worden tegen de alternatieve hypothese

a) $\mu < 6$ met gebruik van de u-toets b) $\mu < 6$ met gebruik van de t-toets
c) $\mu > 6$ met gebruik van de u-toets d) $\mu > 6$ met gebruik van de t-toets

26. Vervolg. Men toetst de hypothese $\mu = 6$ tegen de alternatieve hypothese $\mu > 6$ bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van 5%. De nulhypothese wordt niet verworpen als de gemiddelde spanning van de 25 accu's ~~kleiner is~~ dan

a) 5,977 b) 6,0343 c) 6,0516 d) ander antwoord

27. Van 9 aselect gekozen personen is de bloeddruk gemeten vóór en ná toediening van een bepaald preparaat. De resultaten zijn:

persoon	1	2	3	4	5	6	7	8	9
voor	173	162	176	181	164	169	165	180	175
na	185	164	177	175	172	169	169	183	161

Om na te gaan of het toedienen van het preparaat de bloeddruk doet toenemen, moet u gebruik maken van de

a) tekentoets, eenzijdig b) tekentoets, tweezijdig
c) toets van Wilcoxon, eenzijdig d) toets van Wilcoxon, tweezijdig

28. Men wenst twee methoden A en B ter bepaling van het koolstofgehalte in klei te vergelijken. Doel van de vergelijking is om uit te maken of methode B gemiddeld hogere uitkomsten levert dan methode A. Uit een bepaalde kleisoort worden 9 monsters getrokken. Vier aselect gekozen monsters worden geanalyseerd met methode A en de vijf overige met methode B. Voor beide methoden geldt dat de uitkomsten steekproeven zijn uit normaal verdeelde populaties met gemiddelden μ_A en μ_B en variantie σ^2. Formuleer de alternatieve hypothese H_1:

a) $\mu_A - \mu_B > 0$ b) $\mu_A - \mu_B < 0$ c) $\bar{x}_A - \bar{x}_B < 0$ d) $\mu_A - \mu_B \neq 0$

29. Vervolg. De standaardafwijking van de met methode A (resp. B) verkregen uitkomsten is s_A (resp. s_B). De gecombineerde schatting voor σ^2 is

a) $\frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ b) $\frac{4}{9}s_A^2 + \frac{5}{9}s_B^2$ c) $\frac{1}{4}s_A^2 + \frac{1}{5}s_B^2$ d) $\frac{3}{7}s_A^2 + \frac{4}{7}s_B^2$

30. De hardheid van 4 staalmonsters werd gemeten: 64,9 64,1 63,8 64,0.
Neem aan dat de waarnemingen afkomstig zijn uit een normaal verdeelde populatie met onbekende variantie σ^2. De bovengrens van een rechtszijdig begrensd 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de onbekende variantie σ^2 is

a) 0,090 b) 0,074 c) 1,989 d) 0,985