

# Tentamen toegepaste statistiek voor TA (WI1275TA)

10 april juli 2015, 9:00-12:00

*Afdeling Toegepaste Wiskunde, Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica*

**Toelichting:** Een antwoord alleen is *niet* voldoende: er dient een berekening, toelichting en/of motivatie aanwezig te zijn. Dit alles goed leesbaar en in goed Nederlands.

Tabellenblad en eenvoudige rekenmachine toegestaan.

Formuleblad/boek/aantekeningen niet toegestaan.

1. Van de gebeurtenissen  $A$  en  $B$  is bekend dat  $P(A|A \cup B) = 1/2$  en  $P(A^c \cap B) = 1/3$ . Bereken  $P(A)$ .
2. De stochast  $U$  is  $U(0, 1)$  verdeeld. Bereken de kansdichtheid  $f(x)$  van  $X = 1/U$  voor  $x > 1$ .
3. Gegeven is de stochastische variable  $X$  met verdelingsfunctie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{4}x & 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$$

- (a) Welke waarden kan  $X$  aannemen?
  - (b) Bereken  $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 1\frac{1}{2})$ .
  - (c) Geef aan hoe je de stochastische variable  $X$  kan simuleren met behulp van een Uniform(0, 1)-verdeelde stochastische variable.  
*Hint: maak eerst een schets van de grafiek van  $F$ .*
4. Stel  $X$  en  $Y$  zijn onafhankelijke stochasten met kansverdelingen gegeven door

$$P(X = 0) = P(X = 1) = \frac{1}{2} \quad P(Y = 0) = \frac{1}{3}, \quad P(Y = 1) = \frac{2}{3}.$$

- (a) Bereken de kansmassafunctie van  $Z = X + Y$ .
  - (b) Toon aan dat  $\text{Cov}(2X, Z) = 2\text{Var}(X)$ .
5. Stel een meting  $X$  van de snelheid van een passerende auto op de snelweg wordt gemodelleerd als een normale variable met parameters  $\mu = v$  (in km/u) en  $\sigma = 5$ , waarbij  $v$  de exacte snelheid is van de auto. Om te toetsen of een automobilist harder rijdt dan de toegestane 120 km/u wordt getoetst  $H_0: v = 120$  tegen  $H_1: v > 120$ .  
Stel verder dat de nulhypothese wordt verworpen (en dus: de automobilist krijgt een boete) als de gemeten snelheid 128 km/u of hoger is. Bereken de kans op een fout van de tweede soort voor een automobilist die 133 km/u rijdt.
  6. Stel dat we data  $x_1, \dots, x_n$  hebben die we opvatten als realisaties van onafhankelijke stochasten  $X_1, \dots, X_n$  uit een Poisson verdeling met parameter  $\lambda$ .
    - (a) Bereken de meest aannemelijke schatter voor  $\lambda$ .
    - (b) Bereken de Mean Squared Error (MSE) van de schatter  $S = \bar{X}_n$ .

*Ter herinnering: de kansmassafunctie van de Poissonverdeling met parameter  $\lambda$  wordt gegeven door  $p(a) = e^{-\lambda} \lambda^a / (a!)$ , als  $a \in \{0, 1, \dots\}$ .*

7. Een zevental metingen van de sterkte  $\theta$  van een nieuw type plastic levert de waarden

27.57 28.64 26.92 29.54 28.22 26.82 29.91

met gemiddelde 28.23 en (steekproef)standaardafwijking 1.21. De metingen worden verondersteld normaal verdeeld te zijn met verwachting  $\theta$ .

Bereken een 95% betrouwbaarheidsinterval voor  $\theta$ .

**Puntenverdeling bij open vragen:**

Opgave:	1	2	3a	3b	3c	4a	4b	5	6a	6b	7
Punten:	2	2	1	2	2	2	2	3	2	2	2