TN4780TU Fysische Transportverschijnselen

Tentamenopgaven hoofdstuk 2

Opgave 1. 14 januari 2008

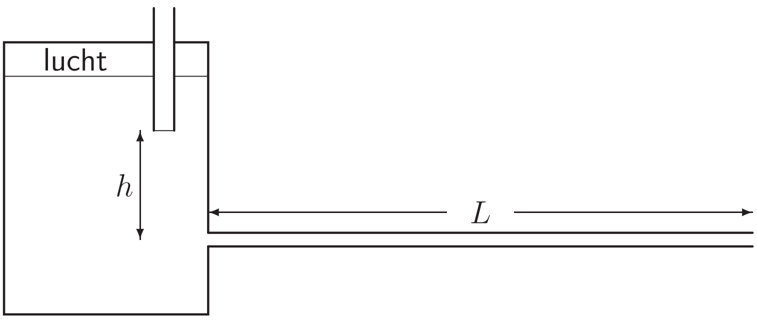
Tijdens de bereiding van vloeibaar staal uit ijzererts blijft er een kleine hoeveelheid verontreiniging (de zgn. slakken) achter in het vloeibare staal. Deze verontreiniging moet nog uit het gesmolten staal verwijderd worden. Gedurende het productieproces van staal is er een periode van 20 minuten, waarin het gesmolten staal in een groot vat staat te wachten tot het de volgende stap in het proces in kan gaan. In die tijd komt een deel van de slakken vanzelf boven drijven. Het vat is gevuld tot een hoogte van $3\,\mathrm{m}$. Het gesmolten staal staat stil.

a. Bereken de stationaire stijgsnelheid van een bolvormige slak met een diameter $D = 0.4\,\mathrm{mm}$.

b. Bepaal de diameter van de kleinste bolvormige slak die, startend van de bodem, in de gegeven wachttijd nog juist op het staal komt drijven.

Gegeven:	gesmolten staal:	$\rho_\mathrm{l} = 7400\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu_\mathrm{l} = 1.25 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}$
	slakken:	$\rho_\mathrm{s} = 2200\,\mathrm{kg/m^3}$

Opgave 2. 22 augustus 2008



Een vat is aanvankelijk geheel gevuld met een vloeistof met dichtheid ρ. De vloeistof kan weglopen via een horizontaal capillair. Door een dunne vertikale buis wordt lucht aangevoerd. De druk ter hoogte van het capillair ligt dan met deze opstelling $\Delta p = \rho\, g\, h$ boven omgevingsdruk. Δp is constant in de tijd. Het capillair heeft lengte L en binnenstraal r. De in een bepaalde tijd t uit het capillair stromende vloeistof wordt opgevangen en gewogen. De massa is dan m.

a. Druk de gemiddelde vloeistofsnelheid $\langle v_z \rangle$ in het capillair uit in de opgevangen massa.

b. Stel een overall krachtenbalans op over het capillair en geef aan hoe de schuifspanning τ aan de wand van het capillair samenhangt met Δp.

c. Laat met behulp van de viscositeitswet van Newton zien dat $\tau \propto \mu \langle v_z \rangle / r$.

d. In twee verschillende experimenten wordt het vat achtereenvolgens gevuld met water en alcohol. Men meet de opgevangen massa water, respectievelijk alcohol, in een, voor beide experimenten gelijke periode t. Geef een vergelijking voor de verhouding van de viscositeiten $\mu_\mathrm{alc}/\mu_\mathrm{water}$.

Opgave 3. 16 januari 2009

In een bepaald proces moet een gladde draad (lengte L_1, diameter D_1) met een snelheid v_1 door een bad met een viskeuze vloeistof (dichtheid ρ_1, viscositeit μ_1) getrokken worden. Teneinde de kracht F_1 te bepalen die hierbij op de draad moet worden uitgeoefend, wil men een modelexperiment uitvoeren in een bad dat kleiner is dan het eigenlijke procesbad (draadlengte L_2). Bovendien wil men in het experiment water (dichtheid ρ_2, viscositeit μ_2) gebruiken in plaats van de viskeuze vloeistof.

a. Voer een dimensie-analyse uit die laat zien hoe de kracht F afhangt van de snelheid, de lengte en de diameter van de draad en van de dichtheid en de viscositeit van de vloeistof.

b. Welke draaddiameter D_2 en snelheid v_2 moet men in het experiment kiezen?

c. Met deze keuzes voor D_2 en v_2 vindt men in het experiment dat de benodigde kracht $F_2 = 10\,\mathrm{N}$ bedraagt. Welke kracht F_1 zal er in het werkelijke proces op de draad moeten worden uitgeoefend?

Gegeven: $L_1 = 10\,\mathrm{m}$; $L_2 = 2\,\mathrm{m}$; $D_1 = 0.5\,\mathrm{mm}$; $\rho_1 = 1200\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu_1 = 9 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}$; $v_1 = 1\,\mathrm{m/s}$; $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu_2 = 1 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}$;

Opgave 4. 21 augustus 2009

Warmteoverdrachtsprocessen worden vaak beschreven met een warmteoverdrachtscoëfficiënt h. Wanneer bijvoorbeeld een voorwerp, denk aan een bol of een lange cilinder (verwarmingsbuis), met oppervlaktetemperatuur T_w zich in een stromend medium met temperatuur T_∞ bevindt, wordt de warmtestroomdichtheid gegeven door:

$$\phi_q'' = h\,(T_\mathrm{w} - T_\infty)$$

We veronderstellen nu, dat deze warmteoverdrachtscoëfficiënt h een functie is van:

λ	de warmtegeleidingscoëfficiënt van het medium
ρ	de dichtheid van het medium
c_p	de soortelijke warmte van het medium
μ	de dynamische viscositeit van het medium
v	de aanstroomsnelheid van het medium
D	een karakteristieke afmeting van het voorwerp.

a. Geef van de genoemde (zeven) grootheden de dimensie in SI-basiseenheden.

b. Hoeveel dimensieloze groepen verwacht u?

c. Voer een dimensie-analyse uit om genoemd verband te onderzoeken.

d. Converteer het gevonden verband naar een verband tussen dimensieloze kentallen zoals voorkomen in de alfabetische lijst uit de 'Data Companion'.

Opgave 5. 25 januari 2010

Een onderzoeker wil weten, wat de stationaire valsnelheid van een ronde loden kogel ($D = 0.02\,\mathrm{m}$) in water zal zijn. Omdat hij niet weet hoe hij deze valsnelheid theoretisch kan berekenen, voert hij een experiment uit waarbij hij een polystyreen bol door lucht laat vallen en de stationaire valsnelheid meet. De onderzoeker heeft de keuze uit diverse soorten polystyreen bollen, met dichtheden tussen 5 en $70\,\mathrm{kg/m^3}$ en diameters tussen 1 en $20\,\mathrm{cm}$.

a. Neem aan dat de stationaire valsnelheid v_s van een bol in een medium afhangt van het dichtheidsverschil $\Delta\rho$ tussen de bol en het medium, de diameter D van de bol, de dichtheid ρ en de viscositeit μ van het medium, en de valversnelling g. Toon nu m.b.v. een dimensie-analyse aan dat het volgende verband moet gelden:

$$\frac{\rho\, v_\mathrm{s}\, D}{\mu} = f\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}, \frac{\rho^2\, D^3\, g}{\mu^2}\right)$$

b. Welke dichtheid en diameter polystyreen bol moet de onderzoeker in zijn experiment gebruiken?

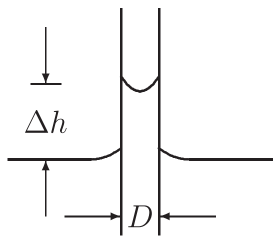
c. In zijn experiment met de in (b) geselecteerde polystyreen bol vindt de onderzoeker een stationaire valsnelheid in lucht van $6.1\,\mathrm{m/s}$. Bepaal hieruit de verwachte stationaire valsnelheid van de loden kogel in water.

d. Toon aan dat de stationaire valsnelheid gevonden in (c) overeenkomt met de stationaire valsnelheid die theoretisch berekend kan worden op basis van een krachtenbalans en de bekende waarden voor de dragcoëfficiënt van een bol.

Gegeven: lood: $\rho = 11340\,\mathrm{kg/m^3}$ water: $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu = 0.001\,\mathrm{kg/m\,s}$ lucht: $\rho = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu = 2\times 10^{-5}\,\mathrm{kg/m\,s}$

Opgave 6. 23 augustus 2010

Wanneer een nauw buisje in een bak met water wordt gestoken, zal het wateroppervlak in het buisje een hoogte Δh boven het waterniveau daarbuiten staan (zie figuur). Dit verschijnsel heet capillaire opstijging.



a. Van welke variabelen hangt Δh af?

b. Leid met behulp van dimensieanalyse af welke dimensieloze kentallen deze toestand beheersen.

c. Leid met behulp van een krachtenbalans een uitdrukking af voor Δh als functie van de variabelen die je vermeldde onder vraag a.

d. Hoe groot is het effect voor $D = 0.2\,\mathrm{mm}$ en bij $20\,°\mathrm{C}$?

Opgave 7. 30 januari 2012

In een nieuw proces wordt een katalysator bereid middels een chemische reactie in een geroerd vat. Dit proces is ontwikkeld in een proefopstelling. De afmetingen van het proefvat zijn: diameter $D = 25\,\mathrm{cm}$, hoogte $H = 25\,\mathrm{cm}$, diameter roerder $d = D/4\,\mathrm{cm}$. Om een optimale productie te verkrijgen blijkt een toerental N van 700 toeren per minuut noodzakelijk. De stroming in het vat van de proefopstelling is bij dit toerental volledig turbulent. De stroming is volledig turbulent als $Re > 5 \times 10^4$.

Voor de commerciële productie van de katalysator wordt een fabriek gebouwd. Om economisch rendabel te werken moet een geometrisch gelijkvormig vat met een diameter van $60\,\mathrm{cm}$ gebruikt worden.

a. Voer een dimensie-analyse uit, waarin het door de roerder aan het vat toegevoerde vermogen P wordt bepaald als functie van toerental N, viscositeit μ, vatdiameter D en dichtheid ρ.

b. In het turbulente stromingsgebied blijkt het dimensieloze vermogenskental onafhankelijk van het reynoldsgetal te zijn. Welk toerental moet worden toegepast als het vermogen per volume-eenheid constant moet blijven bij de opschaling?

c. De stroming in het commerciële vat is nog steeds volledig turbulent. Toon dit aan.

Opgave 8. 20 april 2012

Voor een te bouwen constructie moet onderzocht worden hoe groot de kracht is op een dunne, cirkelvormige stalen plaat ($\rho_\mathrm{s} = 8000\,\mathrm{kg/m^3}$, diameter $D_\mathrm{plaat} = 1\,\mathrm{m}$), die geplaatst wordt in een waterstroom, bijvoorbeeld een rivier, ($\rho_\mathrm{w} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu_\mathrm{w} = 1 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}$) met een snelheid $v_\mathrm{plaat} = n\,\mathrm{m/s}$ loodrecht op de plaat. (Voor de waarde van het gehele getal n, zie onderaan deze opgave).

a. 1 punt Voer een dimensie-analyse uit waaruit blijkt hoe deze kracht afhangt van de afmetingen van de plaat, de watersnelheid en de stofeigenschappen van water.

Om de kracht te bepalen wordt een schaalexperiment uitgevoerd, waarbij een glazen plaatje ($\rho_\mathrm{g} = 2500\,\mathrm{kg/m^3}$, diameter $D_\mathrm{g} = 20\,\mathrm{cm}$) wordt geplaatst in een luchtstroom ($\rho_\mathrm{l} = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$; $\mu_\mathrm{l} = 2 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\,s}$) met snelheid v_exp loodrecht op het plaatje.

b. 1 punt Hoe groot moet luchtsnelheid v_exp in het experiment zijn?

In het experiment wordt een kracht $F_\mathrm{exp} = 150\,n^2\,\mathrm{N}$ gemeten.

c. 2 punten Hoe groot zal de kracht F_plaat in werkelijkheid zijn?

d. 2 punten Toon aan dat de onder c. berekende waarde voor F_plaat in overeenstemming is met de kracht die theoretisch te verwachten is op basis van de weerstandscoëfficiënt van de plaat.

NB: De waarde van het gehele getal n hangt af van het laatste cijfer van je studienummer: Indien het laatste cijfer van je studienummer gelijk is aan 1, 2, 3, of 4 dan geldt: $n = 1$ Indien het laatste cijfer van je studienummer gelijk is aan 5, 6 of 7, dan geldt: $n = 2$ Indien het laatste cijfer van je studienummer gelijk is aan 8, 9 of 0, dan geldt: $n = 3$

Uitwerkingen hoofdstuk 2

Opgave 1.

a. De stationaire stijgsnelheid wordt gegeven door:

$$v_\mathrm{s} = \left(\frac{4}{3}\, g\, D\, \frac{\rho_\mathrm{l} - \rho_\mathrm{s}}{\rho_\mathrm{l}}\, \frac{1}{C_\mathrm{D}} \right)^{1/2}$$

Met de gegeven parameters resulteert dit in:

$$v_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{0.00367654}{c_\mathrm{D}}} \quad \text{en} \quad Re = 2368\, v_\mathrm{s}$$

Na enkele iteratiestappen vinden we:
$v_\mathrm{s} = 6.4\,\mathrm{cm/s}$, $Re = 151$ en $c_\mathrm{D} = 0.90$.

b. De snelheid wordt nu: $v_\mathrm{s} = 2.5\,\mathrm{m/s}$. Bij iteratie komen we snel in het gebied $Re < 1$.
$D = 33\,\mu\mathrm{m}$, $Re = 0.49$ en $c_\mathrm{D} = 24/Re = 49$.

Opgave 2.

a.

$$N_\mathrm{min} = k\, \frac{\mu}{\rho\, D^2}$$

b. $N_\mathrm{min,werkelijk} = 3.33\, \dfrac{\mathrm{omw}}{\mathrm{min}}$

c.

$$\frac{P}{\rho\, D^5\, N^3} = f\left(\frac{\rho\, D^2\, N}{\mu} \right)$$

d. $39.4\,\mathrm{kW}$

Opgave 3.

a.

$$\langle v_z \rangle = \frac{m}{\pi\, r^2\, \rho\, t}$$

b. De te overwinnen wrijvingskracht is gelijk aan de nettokracht vanwege de drukval over het capillair

$$\tau\, 2\, \pi\, r\, L = \pi\, r^2\, \Delta p = \pi\, r^2\, \rho\, g\, h$$

c. De schuifspanning is evenredig met $\tau = \mu \left(\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}r} \right)_\mathrm{wand} \propto \mu\, \dfrac{\langle v_z \rangle}{r}$

d. Samengevat geeft dit

$$m = \langle v_z \rangle \pi\, r^2\, \rho\, t \propto \frac{\tau\, \pi\, r^3\, \rho\, t}{\mu} = \frac{\pi\, r^4\, \rho^2\, g\, h\, t}{2\, \mu\, L}$$

Voor de twee experimenten wordt dan gevonden:

$$\frac{\mu_{\text{alc}}}{\mu_{\text{water}}} = \frac{\rho^2_{\text{alc}}}{\rho^2_{\text{water}}} \frac{m_{\text{water}}}{m_{\text{alc}}}$$

Bij bekende dichtheden kunnen verhoudingen van (dynamische) viskositeiten worden bepaald. Een vergelijkbaar principe wordt toegepast in de viscosimeter van Ostwald.

a.

$$\text{Stel:} \quad F = f\,(D\,L, \rho, \mu, v)$$

$$\begin{array}{ccccccc} F & = & k & D^\alpha & L^\beta & \rho^\gamma & \mu^\delta & v^\varepsilon \\ \left[\dfrac{\text{kg m}}{\text{s}^2}\right] & = & [-] & [\text{m}]^\alpha & [\text{m}]^\beta & \left[\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]^\gamma & \left[\dfrac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]^\delta & \left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]^\varepsilon \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{lrcl} \text{kg}: & 1 = \gamma + \delta & \rightarrow & \gamma = 1 - \delta \\ \text{m}: & 1 = \alpha + \beta - 3\,\gamma - \delta + \varepsilon & & \\ \text{s}: & -2 = -\delta - \varepsilon & \rightarrow & \varepsilon = 2 - \delta \end{array}\right\} \rightarrow \alpha = 2 - \beta - \delta$$

$$\frac{F}{D^2\,\rho\,v^2} = k\,\left(\frac{L}{D}\right)^\beta \left(\frac{\rho\,v\,D}{\mu}\right)^{-\delta}$$

b.

$$\frac{L_1}{D_1} = \frac{L_2}{D_2} \quad \Rightarrow \quad D_2 = 0.1\,\text{mm}$$

$$\frac{\rho_1\,v_1\,D_1}{\mu_1} = \frac{\rho_2\,v_2\,D_2}{\mu_2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{2}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c.

$$F_1 = \frac{D_1^2\,\rho_1\,v_1^2}{D_2^2\,\rho_2\,v_2^2}\,F_2 = 675\,\text{N}$$

Opgave 4.

a.

$$h = f(\lambda, \rho, c_p, \mu, v\,D)$$

$$\begin{array}{cccccccc} h & = & k & \lambda^\alpha & \rho^\beta & c_p^\gamma & \mu^\delta & v^\varepsilon & D^\kappa \\ \left[\dfrac{\text{kg}}{\text{s}^3\,\text{K}}\right] & = & & \left[\dfrac{\text{kg m}}{\text{s}^3\,\text{K}}\right]^\alpha & \left[\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]^\beta & \left[\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}^2\,\text{K}}\right]^\gamma & \left[\dfrac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]^\delta & \left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]^\varepsilon & [\text{m}]^\kappa \end{array}$$

b. Met $n = 7$ grootheden en $m = 4$ basiseenheden worden $p = n - m = 3$ dimensieloze groepen verwacht.

c.

$$\left.\begin{array}{lrcl} \text{kg}: & 1 & = & \alpha + \beta + \delta \\ \text{m}: & 0 & = & \alpha - 3\beta + 2\gamma - \delta + \varepsilon + \kappa \\ \text{s}: & -3 & = & -3\alpha - 2\gamma - \delta - \varepsilon \\ \text{K}: & -1 & = & -\alpha - \gamma \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} \alpha & = & 1 - \gamma \\ \beta & = & \varepsilon \\ \delta & = & \gamma - \varepsilon \\ \kappa & = & -1 + \varepsilon \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad h = k\,\lambda^{1-\gamma}\,\rho^\varepsilon\,c_p^\gamma\,\mu^{\gamma-\varepsilon}\,v^\varepsilon\,D^{-1+\varepsilon} \quad \text{of} \quad \frac{h\,D}{\lambda} = k\,\left(\frac{c_p\,\mu}{\lambda}\right)^\gamma \left(\frac{\rho\,v\,D}{\mu}\right)^\varepsilon$$

d.

$$Nu = f(Pr, Re)$$

Ook combinaties met het stantongetal $St = Nu/(Re\,Pr)$ en/of het pécletgetal $Pe = Re\,Pr$ zijn mogelijk.

Opgave 5.

a.

$$\begin{array}{ccccccccc} v_\mathrm{s} & = & k & \rho^\alpha & \Delta\rho^\beta & \mu^\gamma & D^\delta & g^\varepsilon \\ \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] & = & & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\alpha & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}\right]^\gamma & [\mathrm{m}]^\delta & \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]^\varepsilon \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{lrcl} \mathrm{kg}: & 0 & = & \alpha+\beta+\gamma \\ \mathrm{m}: & 1 & = & -3\alpha-3\beta-\gamma+\delta+\varepsilon \\ \mathrm{s}: & -1 & = & -\gamma-2\varepsilon \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} \alpha & = & -\beta+2\varepsilon-1 \\ \gamma & = & 1-2\varepsilon \\ \delta & = & 3\varepsilon-1 \end{array}$$

$$v_\mathrm{s} = k\,\rho^{-\beta+2\varepsilon-1}\,\Delta\rho^\beta\,\mu^{1-2\varepsilon}\,D^{3\varepsilon-1}\,g^\varepsilon$$

$$\frac{\rho\,v_\mathrm{s}\,D}{\mu} = f\left(\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right),\left(\frac{g\,\rho^2\,D^3}{\mu^2}\right)\right) \quad \text{of} \quad Re = f\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}, Ga\right)$$

b. In het experiment moeten de dimensieloze parameters gelijk zijn aan de waarden in werkelijkheid. Dit geeft: $\rho_\mathrm{PS} = 13.6\,\mathrm{kg/m^3}$, $D = 0.13\,\mathrm{m}$.

c. $v_\mathrm{s} = 2.4\,\mathrm{m/s}$.

d.

$$v_\mathrm{s} = \left(\frac{4}{3}\,g\,D\,\frac{\rho_\mathrm{Pb}-\rho_\mathrm{w}}{\rho_\mathrm{w}}\,\frac{1}{C_\mathrm{D}}\right)^{1/2}$$

$$C_\mathrm{D} = 0.47 \;\rightarrow\; v_\mathrm{s} = 2.4\,\mathrm{m} \;\rightarrow\; Re = 48000 \;\rightarrow\; C_\mathrm{D} = 0.47$$

Opgave 6.

a. We veronderstellen dat Δh afhangt van de oppervlaktespanning σ, de dichtheid ρ, de diameter D en de zwaartekrachtsversnelling g. Omdat de vloeistof stilstaat zal de viscositeit geen rol spelen.

b.

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta h & = & k & D^\alpha & \rho^\beta & \sigma^\gamma & g^\delta \\ [\mathrm{m}] & = & [-] & [\mathrm{m}]^\alpha & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}\right]^\gamma & \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]^\delta \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \mathrm{kg}: & 0 = \beta+\gamma & \rightarrow\;\beta = -\gamma \\ \mathrm{m}: & 1 = \alpha - 3\,\beta + \delta & \\ \mathrm{s}: & 0 = -2\,\gamma - 2\,\delta & \rightarrow\;\delta = -\gamma \end{array}\right\} \rightarrow \alpha = 1 - 2\,\gamma$$

$$\Delta h = k\, D^{1-2\gamma}\, \rho^{-\gamma}\, \sigma^{\gamma}\, g^{-\gamma} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta h}{D} = k \left(\frac{\sigma}{\rho\, g\, D^2} \right)^{\gamma}$$

Buiten de verhouding van de lengten Δh en D herkennen we hierin het bondgetal $Bd = \dfrac{\Delta\rho\, g\, D^2}{\sigma}$, wat gelijk is aan het eötvösgetal Eo.

c.

$$0 = -\frac{\pi}{4}\, D^2\, \Delta h\, \rho\, g + \pi\, D\, \sigma$$
$$\frac{\Delta h}{D} = \frac{4\,\sigma}{\rho\, g\, D^2}$$

d. Bij $20\,^{\circ}\mathrm{C}$ is $\sigma = 72.75 \times 10^{-3}\,\mathrm{N/m}$ en $\rho = 998.23\,\mathrm{kg/m^3}$. Dan vinden we:

$$\Delta h = \frac{4 \times 72.75 \times 10^{-3}}{998.23 \times 9.81 \times 0.2 \times 10^{-3}} = 0.15\,\mathrm{m}$$

Opgave 7.

a. Zie '*derde poging*' van voorbeeld 2.6 uit het boek.

b. Het vermogen $P \propto D^3$. Voor een constant blijvend vermogenskental

$$Po = \frac{P}{\rho\, N^3\, D^5} \propto \frac{1}{N^3\, D^2} \quad \Rightarrow \quad N_{\mathrm{c}} = \left(\frac{D}{D_{\mathrm{c}}} \right)^{2/3} N = 391\,\mathrm{rpm}$$

Hierbij geeft het onderschrift $_{\mathrm{c}}$ de commerciële opstelling aan.

c.

$$\frac{Re_{\mathrm{c}}}{Re} = \frac{N_{\mathrm{c}}\, D_{\mathrm{c}}^2}{N\, D^2} = \left(\frac{D_{\mathrm{c}}}{D} \right)^{4/3} > 1$$

Het reynoldsgetal in de commerciële opstelling is groter dan in de proefopstelling. De stroming blijft dus turbulent.

Opgave 8.

a.

$$F = f(\rho, \mu, D, v)$$

$$\begin{array}{ccccccc} F & = & k & \rho^{\alpha} & \mu^{\beta} & D^{\gamma} & v^{\delta} \\ \left[\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}\right] & = & [-] & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^{\alpha} & \left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}\right]^{\beta} & [\mathrm{m}]^{\gamma} & \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^{\delta} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{lrcl} \mathrm{kg}: & 1 & = & \alpha + \beta \\ \mathrm{m}: & 1 & = & -3\alpha - \beta + \gamma + \delta \\ \mathrm{s}: & -2 & = & -\beta - \delta \end{array} \right\} \begin{array}{rcl} \alpha & = & 1 - \beta \\ \gamma & = & 2 - \beta \\ \delta & = & 2 - \beta \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad F = k\, \rho\, v^2\, D^2 \left(\frac{\rho\, v\, D}{\mu} \right)^{-\beta} \quad \text{of} \quad \frac{F}{\rho\, v^2\, D^2} = f(Re)$$

b. Voor een juiste schaling moet $Re_{\mathrm{exp}} = Re_{\mathrm{plaat}}$:

$$\frac{\rho_{\mathrm{l}}\, v_{\mathrm{exp}}\, D_{\mathrm{exp}}}{\mu_{\mathrm{l}}} = \frac{\rho_{\mathrm{w}}\, v_{\mathrm{plaat}}\, D_{\mathrm{plaat}}}{\mu_{\mathrm{w}}}$$

$$v_{\mathrm{exp}} = \frac{\mu_{\mathrm{l}}}{\mu_{\mathrm{w}}} \frac{\rho_{\mathrm{w}}}{\rho_{\mathrm{l}}} \frac{D_{\mathrm{plaat}}}{D_{\mathrm{exp}}} v_{\mathrm{plaat}} = 83\, n\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c.

$$F_{\mathrm{plaat}} = \frac{(\rho\, v^2\, D^2)_{\mathrm{plaat}}}{(\rho\, v^2\, D^2)_{\mathrm{exp}}} F_{\mathrm{exp}} = \frac{1000 \times n^2 \times 1^2}{1.2 \times n^2\, 83^2\, 0.2^2} n^2\, 150\, \mathrm{N} = 450\, n^2\, \mathrm{N}$$

d.

$$F_{\mathrm{plaat}} = C_{\mathrm{D}} \frac{\pi}{4} D^2 \frac{1}{2} \rho\, v^2$$

Met

$$Re = \frac{\rho\, v\, D}{\mu} = \frac{1000\, n\, 1}{10^{-3}} = n\, 10^6 > 10^3$$

volgt uit gegeven waarden voor de 'drag coefficient' uit de 'Data Companion': $C_{\mathrm{D}} = 1.17$. Daarmee wordt $F_{\mathrm{plaat}} = 459\, n^2\, \mathrm{N}$