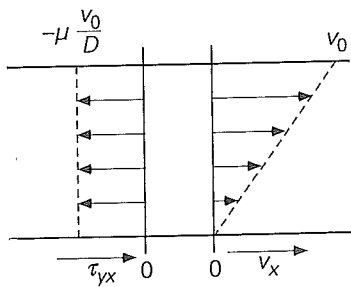
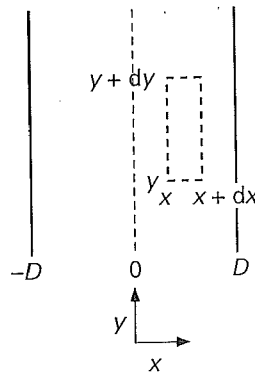


'onder' liggende laag oefent een kracht in de negatieve x -richting uit op de er 'boven' liggende laag en verzet zich aldus tegen de stroming ten gevolge van de bewegende topplaat.



Figuur 5.17.



Figuur 5.18.

Stroming tussen twee verticale platen

De techniek zal vervolgens nogmaals gedemonstreerd worden aan de hand van een tweede vlakke geometrie. Ditmaal gaat het om de laminaire stroming van een Newtonse vloeistof tussen twee verticaal opgestelde zeer grote platen. De afstand tussen beide platen wordt (om redenen die later zullen blijken) nu $2D$ genoemd. De stroming vindt hier plaats onder invloed van de zwaartekracht. Er is geen drukverschil over de platen aangelegd. Deze stationaire toestand is geschetst in figuur 5.18.

Ook hier wordt eerst weer het schuifspanningsprofiel bepaald. En ook hier reduceert de y -impulsbalans over het controlevolume met dikte dx , hoogte dy en breedte B tot een krachtenbalans:

$$0 = B \, dy \, \tau_{xy} \Big|_x + B \, dy \, (-\tau_{xy}) \Big|_{x+dx} - \rho g \, B \, dx \, dy \quad (5.75)$$

Dit levert de volgende differentiaalvergelijking op voor de schuifspanning:

$$\frac{d}{dx} \tau_{xy} = -\rho g \quad (5.76)$$

met als oplossing:

$$\tau_{xy}(x) = -\rho g x + C_1 \quad (5.77)$$

Het snelheidsprofiel volgt door gebruik te maken van het gegeven dat de vloeistof Newtons is:

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{d}{dx} v_y \rightarrow \frac{d}{dx} v_y = \frac{\rho g}{\mu} x - \frac{C_1}{\mu} \quad (5.78)$$

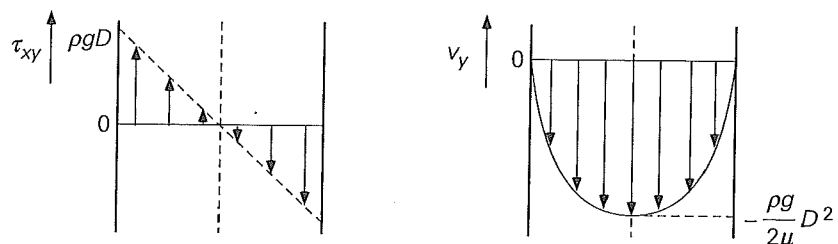
en door vergelijking (5.78) te integreren:

$$v_y = \frac{\rho g}{\mu} \frac{1}{2} x^2 - \frac{C_1}{\mu} x + C_2 \quad (5.79)$$

De twee integratieconstanten kunnen bepaald worden met behulp van de twee voor de hand liggende randvoorwaarden voor de snelheid, nl. $x = \pm D \rightarrow v_y = 0$. Daarmee wordt gevonden dat $C_1 = 0$ en dat $2C_2 = -\rho g D^2 / \mu$ en daarmee dan:

$$v_y(x) = -\frac{\rho g}{2\mu} (D^2 - x^2) \quad (5.80)$$

Het snelheidsprofiel heeft dus de vorm van een parabool. De vloeistof stroomt omlaag, geheel in overeenstemming met onze verwachting. De maximale snelheid is te vinden op $x = 0$. In figuur 5.19 zijn weer de profielen van schuifspanning en snelheid weergegeven.



Figuur 5.19.

De integratieconstante C_1 is in dit geval ook directer te bepalen door al eerder gebruik te maken van de symmetrie die in dit probleem aanwezig is. Deze symmetrie zit hierboven verborgen in de beide randvoorwaarden aan de snelheid: beide platen zijn stilstaande wanden met hetzelfde effect op de stroming (let wel dat in de vorige situatie één van de wanden bewoog!). Vanwege deze symmetrie kan er ook geen y -impuls door het vlak $x = 0$ getransporteerd worden, want dan zouden de twee 'helften' van de stroming verschillend zijn of worden. Dit betekent dat de beide 'helften' geen kracht (= schuifspanning) op elkaar uitoefenen: $x = 0 \rightarrow \tau_{xy} = 0$. Juist daarom wordt in zo'n symmetrische situatie de as $x = 0$ ook midden tussen de twee platen gekozen. Voorts is juist vanwege het verband tussen schuifspanning en snelheidsgradiënt de snelheid op $x = 0$ ook maximaal. De symmetrievoorwaarde laat hier dan ook toe bij vergelijking (5.77) direct te concluderen dat $C_1 = 0$ zodat zonder de omweg via het snelheidsprofiel direct volgt:

$$\tau_{xy}(x) = -\rho g x \quad (5.81)$$

Stroming door een horizontale as

Tenslotte zal hier een geval van een cilindrische geometrie besproken worden: tijdsafhankelijke laminaire stroming van een Newtonse vloeistof door een horizontaal opgestelde, zeer lange rechte cilinder onder invloed van een drukgradiënt. Hier moet