Convolutie

September 16, 2011

Definitie

De convolutie $f * g$ van f en g, voor functies van $[0, \infty)$ naar $\mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)\, d\tau$$

Definitie

De convolutie $f * g$ van f en g, voor functies van $[0, \infty)$ naar $\mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\, d\tau$$

Voorbeeld

Voor $f(t) = t$, $g(t) = e^{-t}$

$$(f * g)(t) = \int_0^t \tau e^{(t-\tau)}\, d\tau = e^t \int_0^t \tau e^{-\tau}\, d\tau$$

Definitie

De convolutie $f * g$ van f en g, voor functies van $[0, \infty)$ naar $\mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\,d\tau$$

Voorbeeld

Voor $f(t) = t$, $g(t) = e^{-t}$

$$\begin{aligned}(f * g)(t) &= \int_0^t \tau e^{(t-\tau)}\,d\tau = e^t \int_0^t \tau e^{-\tau}\,d\tau \\ &= \dots = e^t \left[-\tau e^{-\tau} - e^{-\tau}\right]_0^t \\ &= \end{aligned}$$

Definitie

De convolutie $f * g$ van f en g, voor functies van $[0, \infty)$ naar $\mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\,d\tau$$

Voorbeeld

Voor $f(t) = t$, $g(t) = e^{-t}$

$$\begin{aligned}(f * g)(t) &= \int_0^t \tau e^{(t-\tau)}\,d\tau = e^t \int_0^t \tau e^{-\tau}\,d\tau \\ &= \ldots = e^t \left[-\tau e^{-\tau} - e^{-\tau}\right]_0^t \\ &= e^t \left[-te^{-t} - e^{-t} + 1\right] = e^t - t - 1\end{aligned}$$

Stelling (Rekenregels van de convolutie)

Stelling (Rekenregels van de convolutie)

1. $f * g = g * f$ (symmetrie)
2. $f * (g * h) = (f * g) * h$ (associativiteit)
3. $f * 0 = 0$
4. $f * (c_1 g + c_2 h) = c_1 f * g + c_2 f * h$ (lineariteit)

Stelling (Rekenregels van de convolutie)

1. $f * g = g * f$ (symmetrie)
2. $f * (g * h) = (f * g) * h$ (associativiteit)
3. $f * 0 = 0$
4. $f * (c_1 g + c_2 h) = c_1 f * g + c_2 f * h$ (lineariteit)

Opmerking

N.B. $(f * 1) \neq f$!

Stelling (Rekenregels van de convolutie)

1. $f * g = g * f$ (symmetrie)
2. $f * (g * h) = (f * g) * h$ (associativiteit)
3. $f * 0 = 0$
4. $f * (c_1 g + c_2 h) = c_1 f * g + c_2 f * h$ (lineariteit)

Opmerking

N.B. $(f * 1) \neq f$!

Stelling

Als de Laplace-getransformeerden van $f(t)$ en $g(t)$ gelijk zijn aan $F(s)$ resp. $G(s)$, dan geldt

$$\mathcal{L}[f * g] = F(s)\, G(s)$$

Vooral de omkering is belangrijk bij het oplossen van diff vgln.!