

Tentamen Differentiaalvergelijkingen
wi2051WbMT
woensdag 30 januari 2013, 14:00 - 17:00 uur

HET GEBRUIK VAN EEN REKENMACHINE IS TOEGESTAAN

- (8 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y''(t) + 6y'(t) + 9y(t) = \frac{e^{-3t}}{1+t^2}.$$

- (8 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = 5 \cos t + 3\delta(t - \pi) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

- (8 pt) 3. Bepaal de algemene oplossing van het homogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aanwijzing: A heeft een drievoudige eigenwaarde -1 met meerkundige multipliciteit 2.

- (4 pt) 4. Beschouw het niet-lineaire autonome stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\frac{dx}{dt} = (1-y)(2x-y) \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = (2+x)(x-2y).$$

Bepaal alle (4) kritieke punten van dit stelsel en classificeer deze (type en stabiliteit). Welke conclusie kan men hieruit trekken omtrent gedrag en stabiliteit van de oplossingen?

- (8 pt) 5. Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen een oplossing van het beginrandwaardeprobleem gedefinieerd door

$$\begin{cases} 16u_{xx} = u_{tt}, & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 2 \sin(2\pi x) - 5 \sin(3\pi x), \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$