

Tentamen Differentiaalvergelijkingen
wi2051WbMT
vrijdag 19 april 2013, 14:00 - 17:00 uur

HET GEBRUIK VAN EEN REKENMACHINE IS TOEGESTAAN

- (8 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = \frac{e^{-2t}}{t^2}, \quad t > 0.$$

- (4 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'(t) = 1 - 4 \int_0^t y(t - \tau) d\tau, \quad y(0) = 1.$$

- (4 pt) 3. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \delta\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \sin(t) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2. \end{cases}$$

Hint: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a)f(t) dt = f(a)$ voor $a \in \mathbb{R}$.

- (8 pt) 4. Bepaal de algemene oplossing van het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 4e^t - 3e^{2t} + 25t \\ 3e^{2t} - 4e^t + 50t \end{pmatrix}.$$

- (4 pt) 5. Beschouw het niet-lineaire autonome stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\frac{dx}{dt} = (x - 2)(2y - x) \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = (y + 2)(2x - y).$$

Bepaal alle (4) kritieke punten van dit stelsel en classificeer deze (type en stabiliteit). Welke conclusie kan men hieruit trekken omtrent gedrag en stabiliteit van de oplossingen?

- (8 pt) 6. Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen een oplossing van het beginrandwaardeprobleem gedefinieerd door

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < 4, \quad 0 < y < 2 \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) - 3 \sin(2\pi x), \quad u(x, 2) = 0, & 0 \leq x \leq 4 \\ u(0, y) = 0, \quad u(4, y) = 0, & 0 \leq y \leq 2. \end{cases}$$