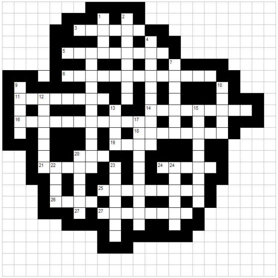
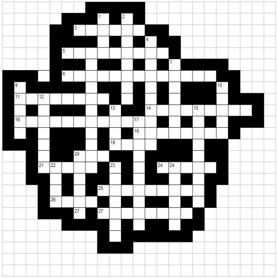
Restyling van een horecaketen (20)



cryptootje vooraf

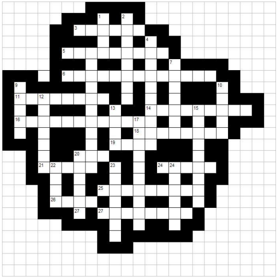
Restyling van een horecaketen (20)



L _ _ _ _ . . . . . . _ _ _ _

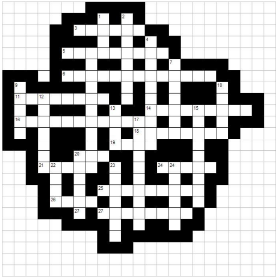
cryptootje vooraf

Restyling van een horecaketen (20)



L _ _ _ _ . . . . . . _ _ _ _

Restyling van een horecaketen (20)



L _ _ _ _ . . . . . . _ _ _ _

L A P L A C E T R A N S F O R M A T I E

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1\mathcal{L}\{f(t)\} + c_2\mathcal{L}\{g(t)\}$.

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1\mathcal{L}\{f(t)\} + c_2\mathcal{L}\{g(t)\}.$

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(at)\} =$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{f(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{g(t)\}$.

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(at)\} = \int_0^\infty f(at)e^{-st}\,dt =$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1\mathcal{L}\{f(t)\} + c_2\mathcal{L}\{g(t)\}$.

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(at)\} = \int_0^\infty f(at)e^{-st}\,dt = \frac{1}{a}\int_0^\infty f(at)e^{-\frac{s}{a}at}\,d(at)$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st}\, dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{f(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{g(t)\}$.

Stelling (+ kort bewijs)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{f(at)\} = \int_0^\infty f(at) e^{-st}\, dt &= \frac{1}{a} \int_0^\infty f(at) e^{-\frac{s}{a} at}\, d(at) \\ &= \frac{1}{a} \int_0^\infty f(u) e^{-\frac{s}{a} u}\, du\end{aligned}$$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

(voorzover deze integraal bestaat en convergeert).

Stelling

$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1\mathcal{L}\{f(t)\} + c_2\mathcal{L}\{g(t)\}$.

Stelling (+ kort bewijs)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{f(at)\} = \int_0^\infty f(at)e^{-st}\,dt &= \frac{1}{a}\int_0^\infty f(at)e^{-\frac{s}{a}at}\,d(at)\\ &= \frac{1}{a}\int_0^\infty f(u)e^{-\frac{s}{a}u}\,du = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right).\end{aligned}$$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st}\, dt$$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(t)\,e^{at}\} =$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(t)\,e^{at}\} = \int_0^\infty f(t)\,e^{at}e^{-st}\,dt =$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

Stelling (+ kort bewijs)

$\mathcal{L}\{f(t)\,e^{at}\} = \int_0^\infty f(t)\,e^{at}e^{-st}\,dt = \int_0^\infty f(t)e^{-(s-a)t}\,dt$

Definitie

De Laplacegetransformeerde van de functie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st}\, dt$$

Stelling (+ kort bewijs)

$$\mathcal{L}\{f(t)\, e^{at}\} = \int_0^\infty f(t)\, e^{at} e^{-st}\, dt = \int_0^\infty f(t) e^{-(s-a)t}\, dt$$
$$= F(s-a).$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt$$ nu: partieel integreren!

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$$

Bewijs

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!}\\ &= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt\end{aligned}$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$$

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} +
\end{aligned}$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$.

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt
\end{aligned}$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}
$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}$$

Gevolg

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s(sF(s) - f(0)) - f'(0)$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}$$

Gevolg

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s(sF(s) - f(0)) - f'(0) = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$.

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}$$

Gevolg

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s(sF(s) - f(0)) - f'(0) = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

$\mathcal{L}\{f'''(t)\} = s(s^2F(s) - sf(0) - f'(0)) - f''(0)$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}$$

Gevolg

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s(sF(s) - f(0)) - f'(0) = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'''(t)\} &= s(s^2F(s) - sf(0) - f'(0)) - f''(0) \\
&= s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0)
\end{aligned}$$

Stelling (belangrijk voor differentiaalvergelijkingen!)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0).$

Bewijs

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'(t)\} &= \int_0^\infty f'(t)e^{-st}\,dt \qquad \text{nu: partieel integreren!} \\
&= \Big[f(t)e^{-st}\Big]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\cdot(-s\,e^{-st})\,dt \\
&= \lim_{b\to\infty} f(b)e^{-sb} - f(0)e^{0\cdot s} + s\int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \\
&= -f(0) + sF(s).
\end{aligned}
$$

Gevolg

$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s(sF(s) - f(0)) - f'(0) = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}\{f'''(t)\} &= s(s^2F(s) - sf(0) - f'(0)) - f''(0) \\
&= s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0), \quad \text{enz.!}
\end{aligned}
$$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s).$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s).$

Bewijs

Terugrekenen: $\quad F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right]$$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$.

Bewijs

Terugrekenen: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right] \overset{??}{=} \int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt.$$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$.

Bewijs

Terugrekenen: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right] \overset{??}{=\!=} \int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt.$$

Als we even aannemen dat deze stap is toegestaan,
dan loopt de rest vanzelf ...

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$.

Bewijs

Terugrekenen: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right] \overset{??}{=\!=} \int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt.$$

Als we even aannemen dat deze stap is toegestaan,
dan loopt de rest vanzelf ...

$$\int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt = \int_0^\infty f(t)\cdot\left(-te^{-st}\right)\,dt$$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$.

Bewijs

Terugrekenen: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right] \overset{??}{=\!=} \int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt.$$

Als we even aannemen dat deze stap is toegestaan,
dan loopt de rest vanzelf ...

$$\int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt = \int_0^\infty f(t)\cdot(-te^{-st})\,dt$$
$$= \int_0^\infty (-t\,f(t))\,e^{-st}\,dt$$

Stelling (soms handig bij het terugtransformeren)

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow \mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$.

Bewijs

Terugrekenen: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \implies$

$$\implies F'(s) = \frac{d}{ds}\left[\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt\right] \overset{??}{=\!=} \int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt.$$

Als we even aannemen dat deze stap is toegestaan, dan loopt de rest vanzelf ...

$$\int_0^\infty \frac{d}{ds}\left[f(t)e^{-st}\right]\,dt = \int_0^\infty f(t)\cdot\left(-te^{-st}\right)\,dt$$

$$= \int_0^\infty (-t\,f(t))\,e^{-st}\,dt = \mathcal{L}[-tf(t)].$$

Tabel van Laplace-transformatie

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
1.	1	$\frac{1}{s}$, $s > 0$
2.	t	$\frac{1}{s^2}$, $s > 0$
3.	$t^n \ \ (n = 0, 1, 2, \ldots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$, $s > 0$
4.	e^{at}	$\frac{1}{s - a}$, $s > a$
5.	$e^{at} f(t)$	$F(s - a)$
6.	$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$, $s > 0$
7.	$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$, $s > 0$

Tabel van Laplace-transformatie (vervolg)

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
8.	$e^{at} \sin bt$	$\dfrac{b}{(s-a)^2 + b^2}\ , \ s > a$
9.	$e^{at} \cos bt$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}\ , \ s > a$
10.	$t^n e^{at}$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}\ , \ s > a$

Tabel van Laplace-transformatie (vervolg)

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
8.	$e^{at} \sin bt$	$\dfrac{b}{(s-a)^2+b^2}$, $s > a$
9.	$e^{at} \cos bt$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$, $s > a$
10.	$t^n e^{at}$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}$, $s > a$
11.	$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
12.	$f''(t)$	$s^2 F(s) - s\,f(0) - f'(0)$

Tabel van Laplace-transformatie (vervolg)

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
8.	$e^{at} \sin bt$	$\dfrac{b}{(s-a)^2 + b^2}$, $s > a$
9.	$e^{at} \cos bt$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}$, $s > a$
10.	$t^n e^{at}$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}$, $s > a$
11.	$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
12.	$f''(t)$	$s^2 F(s) - s\, f(0) - f'(0)$
13.	$-t\, f(t)$	$F'(s)$

Tabel van Laplace-transformatie (vervolg)

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
8.	$e^{at} \sin bt$	$\dfrac{b}{(s-a)^2+b^2}\ ,\ s > a$
9.	$e^{at} \cos bt$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2+b^2}\ ,\ s > a$
10.	$t^n e^{at}$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}\ ,\ s > a$
11.	$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
12.	$f''(t)$	$s^2F(s) - s\,f(0) - f'(0)$
13.	$-t\,f(t)$	$F'(s)$
14.	$(-t)^n f(t)$	$F^{(n)}(s)$ (n-de afgeleide)

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \stackrel{\mathcal{L}}{\Longrightarrow}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \xRightarrow{\mathcal{L}} sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\xRightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \dots \text{ (breuksplitsen) } \dots$$

$$\dots \; y(t) = \tfrac{3}{2}e^{-2t} + t - \frac{1}{2}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow} \quad \ldots \ \text{(breuksplitsen)} \ \ldots$$

$$\ldots \quad y(t) = \tfrac{3}{2}e^{-2t} + t - \frac{1}{2}$$

Algemeen:

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \stackrel{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\stackrel{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow} \quad \ldots \text{ (breuksplitsen) } \ldots$$

$$\ldots \quad y(t) = \tfrac{3}{2}e^{-2t} + t - \frac{1}{2}$$

Algemeen:

DV + BVW voor $y(t) \quad \stackrel{\mathcal{L}}{\Longrightarrow}$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow} \quad \dots \ \text{(breuksplitsen)} \ \dots$$

$$\dots \ y(t) = \tfrac{3}{2}e^{-2t} + t - \frac{1}{2}$$

Algemeen:

$$\text{DV} + \text{BVW voor } \ y(t) \quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad \text{algebraïsche vgl. voor } \ Y(s)$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow}$$

Voorbeeld

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 2t, \\ y(0) = 1 \end{cases} \stackrel{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} sY(s) - 1 + 2Y(s) = \frac{2}{s^2}$$

$$\Longrightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{2}{s^2(s+2)}$$

$$\stackrel{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow} \quad \ldots \ \text{(breuksplitsen)} \ \ldots$$

$$\ldots \quad y(t) = \tfrac{3}{2}e^{-2t} + t - \frac{1}{2}$$

Algemeen:

DV + BVW voor $y(t)$ $\stackrel{\mathcal{L}}{\Longrightarrow}$ algebraïsche vgl. voor $Y(s)$

$\stackrel{\mathcal{L}^{-1}}{\Longrightarrow}$ oplossing $y = y(t)$.

Opmerking

Breuksplitsen is het schrijven van een rationale functie $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$, het quotiënt van twee polynomen, als lineaire combinatie van 'eenvoudige' breuken, d.w.z. $\frac{A}{(s-a)^k}$ en $\frac{Cs+D}{((s-a)^2+b^2)^\ell}$.

(Iets over) breuksplitsen

Opmerking

Breuksplitsen is het schrijven van een rationale functie $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$, het quotiënt van twee polynomen, als lineaire combinatie van 'eenvoudige' breuken, d.w.z. $\frac{A}{(s-a)^k}$ en $\frac{Cs+D}{((s-a)^2+b^2)^\ell}$.

Dit gaat doorgaans in (maximaal) drie stappen

1. uitdelen (= zorgen dat de teller een lagere graad heeft dan de noemer)

(Iets over) breuksplitsen

Opmerking

Breuksplitsen is het schrijven van een rationale functie $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$,
het quotiënt van twee polynomen, als lineaire combinatie van 'eenvoudige' breuken, d.w.z. $\frac{A}{(s-a)^k}$ en $\frac{Cs+D}{((s-a)^2+b^2)^\ell}$.

Dit gaat doorgaans in (maximaal) drie stappen

1. uitdelen (= zorgen dat de teller een lagere graad heeft dan de noemer)
2. noemer ontbinden (in lineaire en kwadratische factoren)

(Iets over) breuksplitsen

Opmerking

Breuksplitsen is het schrijven van een rationale functie $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$,
het quotiënt van twee polynomen, als lineaire combinatie van 'eenvoudige' breuken, d.w.z. $\frac{A}{(s-a)^k}$ en $\frac{Cs+D}{((s-a)^2+b^2)^\ell}$.

Dit gaat doorgaans in (maximaal) drie stappen

1. uitdelen ($=$ zorgen dat de teller een lagere graad heeft dan de noemer)
2. noemer ontbinden (in lineaire en kwadratische factoren)
3. splitsen en de coëfficiënten A_i, C_i, D_i berekenen.

(Iets over) breuksplitsen

Opmerking

Breuksplitsen is het schrijven van een rationale functie $\dfrac{P(s)}{Q(s)}$, het quotiënt van twee polynomen, als lineaire combinatie van 'eenvoudige' breuken, d.w.z. $\frac{A}{(s-a)^k}$ en $\frac{Cs+D}{((s-a)^2+b^2)^\ell}$.

Dit gaat doorgaans in (maximaal) drie stappen

1. uitdelen (= zorgen dat de teller een lagere graad heeft dan de noemer)
2. noemer ontbinden (in lineaire en kwadratische factoren)
3. splitsen en de coëfficiënten A_i, C_i, D_i berekenen.

Voorbeeld (en)

$$\frac{s^2}{s^2+2s+1}, \quad \frac{3s^2+1}{s^3+2s^2+5s}, \quad \frac{2s+1}{s^4-1}, \quad \frac{1}{s^2(s^2+1)}$$