Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

Bekijk het stelsel $\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$

Gevraagd:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

Bekijk het stelsel $\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$

Gevraagd:

- Alle oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.
- De rustpunten;
- De aard van de rustpunten;
- Een vergelijking voor de baankrommen $F(x, y(x)) = k$ (welke hier eenvoudig te berekenen en expliciet te maken zijn).

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$;

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$; één voor één susbstitueren in tweede vgl:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$; één voor één susbstitueren in tweede vgl:
$x = 0 \to (0+1)(y^2-1) = 0 \to y = \pm 1$,

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$; één voor één susbstitueren in tweede vgl:
$x = 0 \to (0+1)(y^2-1) = 0 \to y = \pm 1$, geeft $(0,1)$ en $(0,-1)$.

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$; één voor één susbstitueren in tweede vgl:
$x = 0 \rightarrow (0+1)(y^2-1) = 0 \rightarrow y = \pm 1$, geeft $(0,1)$ en $(0,-1)$.
$y = -1 \rightarrow (x+1)\cdot 0 = 0$, elke x voldoet;

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Oplossingen van de vorm $x = const$ of $y = const$.

Oplossingen $x = const$: $x = 0$;

Oplossingen $y = const$: $y = 1$ of $y = -1$;

maar tweede oplossing valt af, want dan ook $x' = 0$, dus zijn allemaal rustpunten.

- De rustpunten:

$x(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $y = -1$; één voor één susbstitueren in tweede vgl:
$x = 0 \rightarrow (0+1)(y^2-1) = 0 \rightarrow y = \pm 1$, geeft $(0,1)$ en $(0,-1)$.
$y = -1 \rightarrow (x+1)\cdot 0 = 0$, elke x voldoet; lijn van rustpunten.

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & x \\ y^2-1 & 2(x+1)y \end{bmatrix}$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & x \\ y^2-1 & 2(x+1)y \end{bmatrix}$$

In het punt $(0,1)$:

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & x \\ y^2-1 & 2(x+1)y \end{bmatrix}$$

In het punt $(0,1)$: $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & x \\ y^2-1 & 2(x+1)y \end{bmatrix}$$

In het punt $(0,1)$: $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

In het gelineariseerde stelsel: (0,1) is

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Aard van het (enige geïsoleerde) rustpunt $(0,1)$:

Matrix van de linearisering:

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & x \\ y^2-1 & 2(x+1)y \end{bmatrix}$$

In het punt $(0,1)$: $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

In het gelineariseerde stelsel: (0,1) is een **instabiel sterpunt**.

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)},$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)}, \quad \text{een } \textbf{separabele DV}.$$

$$\tfrac{dy}{dx} = \tfrac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \qquad \Leftrightarrow \quad \tfrac{y+1}{y^2-1}\, dy = \tfrac{x+1}{x}\, dx \quad (\text{apart: } y = \pm 1)$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)},$$ een **separabele DV**.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \qquad \Leftrightarrow \quad \frac{y+1}{y^2-1}\, dy = \frac{x+1}{x}\, dx \quad (\text{apart: } \; y = \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y-1}\, dy = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\, dx$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)}, \quad \text{een } \textbf{separabele DV}.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \qquad \Leftrightarrow \quad \frac{y+1}{y^2-1}\,dy = \frac{x+1}{x}\,dx \quad (\text{apart: } \; y = \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y-1}\,dy = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\,dx \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{1}{y-1}\,dy = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right)\,dx \Leftrightarrow$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)},$$ een **separabele DV**.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \qquad \Leftrightarrow \quad \frac{y+1}{y^2-1}\,dy = \frac{x+1}{x}\,dx \quad (\text{apart: } \; y = \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y-1}\,dy = \left(1+\frac{1}{x}\right)\,dx \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{1}{y-1}\,dy = \int \left(1+\frac{1}{x}\right)\,dx \Leftrightarrow$$

$$\ln|y-1| = x + \ln|x| + k$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)},$$ een **separabele DV**.

$$\tfrac{dy}{dx} = \tfrac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \quad \Leftrightarrow \quad \tfrac{y+1}{y^2-1}\,dy = \tfrac{x+1}{x}\,dx \quad (\text{apart: } \ y = \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \tfrac{1}{y-1}\,dy = \left(1+\tfrac{1}{x}\right)\,dx \quad \Leftrightarrow \quad \int \tfrac{1}{y-1}\,dy = \int \left(1+\tfrac{1}{x}\right)\,dx \Leftrightarrow$$

$$\ln|y-1| = x + \ln|x| + k \quad \Leftrightarrow \quad |y-1| = e^{x+\ln|x|+k} = C|x|e^x$$

Een stelsel met expliciet te berekenen baankrommen

$$\begin{cases} x' &= x(y+1) \\ y' &= (x+1)(y^2-1) \end{cases}$$

- Vergelijking voor baankrommen bepalen.

$$x' = \frac{dx}{dt} = x(y+1), \text{ en } \quad y' = \frac{dy}{dt} = (x+1)(y^2-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)},$$ een **separabele DV**.

$$\tfrac{dy}{dx} = \tfrac{(x+1)(y^2-1)}{x(y+1)} \quad \Leftrightarrow \quad \tfrac{y+1}{y^2-1}\,dy = \tfrac{x+1}{x}\,dx \quad (\text{apart: } \ y = \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \tfrac{1}{y-1}\,dy = \left(1+\tfrac{1}{x}\right)\,dx \quad \Leftrightarrow \quad \int \tfrac{1}{y-1}\,dy = \int \left(1+\tfrac{1}{x}\right)\,dx \Leftrightarrow$$

$$\ln|y-1| = x + \ln|x| + k \quad \Leftrightarrow \quad |y-1| = e^{x+\ln|x|+k} = C|x|e^x$$

$$\Leftrightarrow y = 1 + Cxe^x, \ \ C \in \mathbb{R}$$

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y=0$ of $x=1.5$.

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5.$

Substutitie in 1ste vgl:

$x = 1.5 = \frac{3}{2} \rightarrow$

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5$.

Substutitie in 1ste vgl:

$$x = 1.5 = \frac{3}{2} \to \; -1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{10}y - \frac{9}{4} = 0 \to$$

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y=0$ of $x=1.5.$

Substutitie in 1ste vgl:

$$x = 1.5 = \tfrac{3}{2} \to\ -1+\tfrac{5}{2}\cdot\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{10}y-\tfrac{9}{4}=0\to$$

$$y=\tfrac{10}{3}\left(1-\tfrac{15}{4}+\tfrac{9}{4}\right)$$

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5$.
Substutitie in 1ste vgl:

$x = 1.5 = \frac{3}{2} \to \; -1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{10}y - \frac{9}{4} = 0 \to$
$y = \frac{10}{3}\left(1 - \frac{15}{4} + \frac{9}{4}\right) = \ldots = \frac{5}{3}.$

$y = 0 \to$

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5$.
Substutitie in 1ste vgl:

$x = 1.5 = \frac{3}{2} \to -1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{10} y - \frac{9}{4} = 0 \to$
$y = \frac{10}{3} \left(1 - \frac{15}{4} + \frac{9}{4}\right) = \ldots = \frac{5}{3}$.

$y = 0 \to x = 0$ of $-1 + 2.5x - x^2 = 0$

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5$.
Substutitie in 1ste vgl:

$x = 1.5 = \frac{3}{2} \rightarrow -1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{10} y - \frac{9}{4} = 0 \rightarrow$
$y = \frac{10}{3} \left(1 - \frac{15}{4} + \frac{9}{4}\right) = \ldots = \frac{5}{3}.$

$y = 0 \rightarrow x = 0$ of $-1 + 2.5x - x^2 = 0 \rightarrow x \in \{0, \frac{1}{2}, 2\}.$

Laatste voorbeeld: 9.4.4

Het stelsel: $\left\{ \begin{array}{ll} x' & = x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' & = y \cdot (-1.5 + x) \end{array} \right.$

Rustpunten via de tweede vgl: $y = 0$ of $x = 1.5$.
Substutitie in 1ste vgl:

$x = 1.5 = \frac{3}{2} \to \ -1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{10} y - \frac{9}{4} = 0 \to$
$y = \frac{10}{3} \left(1 - \frac{15}{4} + \frac{9}{4}\right) = \ldots = \frac{5}{3}.$

$y = 0 \to x = 0$ of $-1 + 2.5x - x^2 = 0 \to x \in \{0,\ \frac{1}{2},\ 2\}.$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

Het stelsel: $\begin{cases} x' & = x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' & = y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0,0)$, $(\frac{1}{2},0)$, en $(2,0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

Het stelsel: $\left\{ \begin{array}{ll} x' & = x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' & = y \cdot (-1.5 + x) \end{array} \right.$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + 5x - 0.3y - 3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5 + x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + 5x - 0.3y - 3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5 + x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden:

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -1, -1.5. Aard:

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -1, -1.5. Aard: **stabiele knoop**.

In het punt $(2{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -3 & -0.6 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden:

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\left\{\begin{array}{ll} x' & = x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' & = y\cdot(-1.5+x) \end{array}\right.$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -1, -1.5. Aard: **stabiele knoop**.

In het punt $(2{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -3 & -0.6 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -3, 0.5. Aard:

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

In het punt $(0{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -1, -1.5. Aard: **stabiele knoop**.

In het punt $(2{,}0)$: $A = \begin{bmatrix} -3 & -0.6 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$,

eigenwaarden: -3, 0.5. Aard: **zadelpunt**.

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2}, \ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 + 5x - 0.3y - 3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5 + x \end{bmatrix}$$

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\left\{ \begin{array}{ll} x' & = x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' & = y \cdot (-1.5 + x) \end{array} \right.$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 + 5x - 0.3y - 3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5 + x \end{bmatrix}$$

In het punt $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$: $A = \begin{bmatrix} -0.75 & -\frac{9}{20} \\ \frac{5}{3} & 0 \end{bmatrix}$. Heel gedoe.

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 + 5x - 0.3y - 3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5 + x \end{bmatrix}$$

In het punt $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$: $A = \begin{bmatrix} -0.75 & -\frac{9}{20} \\ \frac{5}{3} & 0 \end{bmatrix}$. Heel gedoe.

Karakterstieke vergelijking: $(-\frac{3}{4} - \lambda) \cdot (-\lambda) + \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{3} = \lambda^2 + \frac{3}{4}\lambda + \frac{3}{4}$.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - 3}}{2} \quad \Rightarrow$$

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

De rustpunten: $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$, $(0{,}0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, en $(2{,}0)$.

De lineariseringen

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial x & \partial F_1/\partial y \\ \partial F_2/\partial x & \partial F_2/\partial y \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1+5x-0.3y-3x^2 & -0.3x \\ y & -1.5+x \end{bmatrix}$$

In het punt $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$: $A = \begin{bmatrix} -0.75 & -\frac{9}{20} \\ \frac{5}{3} & 0 \end{bmatrix}$. Heel gedoe.

Karakterstieke vergelijking: $(-\frac{3}{4}-\lambda)\cdot(-\lambda)+\frac{9}{20}\cdot\frac{5}{3} = \lambda^2+\frac{3}{4}\lambda+\frac{3}{4}$.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{3}{4}\pm\sqrt{\frac{9}{16}-3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \textbf{stabiel spiraalpunt}.$$

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Heeft

in $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$ een stabiel spiraalpunt,

in (0,0) een stabiele knoop,

in (2,0) een zadelpunt,

in $(\frac{1}{2}, 0)$, een ...

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1 + 2.5x - 0.3y - x^2) \\ y' &= y \cdot (-1.5 + x) \end{cases}$

Heeft

in $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$ een stabiel spiraalpunt,

in (0,0) een stabiele knoop,

in (2,0) een zadelpunt,

in $(\frac{1}{2}, 0)$, een ... zadelpunt.

Opgave 9.4.4

Het stelsel: $\begin{cases} x' &= x(-1+2.5x-0.3y-x^2) \\ y' &= y\cdot(-1.5+x) \end{cases}$

Heeft

in $(\frac{3}{2},\ \frac{5}{3})$ een stabiel spiraalpunt,

in $(0{,}0)$ een stabiele knoop,

in $(2{,}0)$ een zadelpunt,

in $(\frac{1}{2}, 0)$, een ... zadelpunt.

Maak zelf een schets van baankrommen in het fasevlak, en check desgewenst met Maple.