

**Tentamen Differentiaalvergelijkingen**  
**wi2051WbMT**  
**dinsdag 26 januari 2010, 14:00 - 17:00 uur**

HET GEBRUIK VAN EEN REKENMACHINE IS TOEGESTAAN

---

- (6 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y''(t) - 2y'(t) + y(t) = \frac{e^t}{1+t^2}.$$

- (8 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = 5 \cos t + 3 \delta(t - \pi) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. Beschouw het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 5 \cos t \\ 2 e^t \end{pmatrix}.$$

- (4 pt) (a) Bepaal de matrix  $e^{At}$ .

- (7 pt) (b) Bepaal de algemene oplossing van  $\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t)$ .

- (7 pt) 4. Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen een oplossing van het beginrandwaardeprobleem gedefinieerd door

$$\begin{cases} 20 u_{xx} = u_t, & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 2 \sin(2\pi x) + \sin(3\pi x), & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- (4 pt) 5. Beschouw de twee-dimensionale golfvergelijking

$$a^2 (u_{xx} + u_{yy}) = u_{tt}.$$

Neem aan dat  $u(x, y, t) = X(x)Y(y)T(t)$ . Leid met behulp van de methode van scheiden van variabelen gewone differentiaalvergelijkingen af voor  $X(x)$ ,  $Y(y)$  en  $T(t)$ .