

Tentamen Differentiaalvergelijkingen
wi2051WbMT
donderdag 3 april 2008, 14:00 - 17:00 uur

HET GEBRUIK VAN EEN REKENMACHINE IS TOEGESTAAN

- (5 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de inhomogene differentiaalvergelijking

$$y''(t) - 2y'(t) + y(t) = \frac{e^t}{1+t^2}.$$

- (5 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = \cos t + \delta(t - \pi) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. Beschouw het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 2e^t \\ t \end{pmatrix}.$$

- (4 pt) (a) Bepaal de matrix e^{At} .

- (5 pt) (b) Bepaal de algemene oplossing van $\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t)$.

Z.O.Z.

4. Beschouw het autonome stelsel niet-lineaire differentiaalvergelijkingen gegeven door

$$\frac{dx}{dt} = 1 - xy \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = x - y^3.$$

- (2 pt) (a) Bepaal alle kritieke punten van het stelsel.
- (2 pt) (b) Bepaal het bijbehorende lineaire stelsel in de buurt van elk van de kritieke punten en bereken de eigenwaarden van elk van deze lineaire stelsels.
- (2 pt) (c) Welke conclusies kan men hieruit trekken met betrekking tot het niet-lineaire stelsel?

5. Beschouw de functie

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 < x < 2. \end{cases}$$

- (3 pt) (a) Bepaal een Fourier cosinusreeks voor f .
- (2 pt) (b) Bepaal een Fourier sinusreeks voor f .

(6 pt) 6. Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen een oplossing van het beginrandwaardeprobleem gedefinieerd door

$$\begin{cases} 4u_{xx} = u_{tt}, & 0 < x < 1, & t > 0 \\ u(0, t) = 0, & u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & u_t(x, 0) = 2 \sin(\pi x) - 4 \sin(2\pi x), & 0 < x < 1. \end{cases}$$