

**Tentamen Differentiaalvergelijkingen**  
**wi2051WbMT**  
**donderdag 23 juni 2005, 14.00 - 17.00 uur**

HET GEBRUIK VAN EEN REKENMACHINE IS TOEGESTAAN

---

- (3 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de inhomogene differentiaalvergelijking

$$y'(t) - \left( \frac{2t}{1+t^2} \right) y(t) = -\frac{1+t^2}{t^5}, \quad t > 0.$$

- (2 pt) 2. Bepaal de Laplace getransformeerde van  $f(t) = te^{2t} \sin t$ .

- (3 pt) 3. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 1 + \delta(t-2), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

4. Beschouw het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen gegeven door

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^t.$$

- (2 pt) (a) Bepaal de matrix  $e^{At}$ .

- (3 pt) (b) Bepaal de algemene oplossing van het inhomogene stelsel.

**Z.O.Z.**

5. Beschouw de functie  $f$  gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- (2 pt) (a) Bereken de Fouriercosinusreeks van  $f$ .
- (2 pt) (b) Bereken de Fouriersinusreeks van  $f$ .
- (5 pt) (c) Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen de oplossing van het randwaardeprobleem

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < 4, \quad 0 < y < 2 \\ u(x, 0) = 0, \quad u(x, 2) = f(x), & 0 \leq x \leq 4 \\ u(0, y) = 0, \quad u(4, y) = 0, & 0 < y < 2. \end{cases}$$