

Tentamen Differentiaalvergelijkingen
wi2051WbMT
woensdag 28 mei 2003, 14.00 - 17.00 uur

- (3 pt) 1. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = t + 2\delta(t - 3), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

- (3 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'(t) = 2 \sin t - \int_0^t y(\tau) d\tau, \quad y(0) = 1.$$

3. Beschouw het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}.$$

- (3 pt) (a) Bepaal de matrix e^{At} .

- (4 pt) (b) Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t), \quad \underline{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Beschouw het autonome stelsel niet-lineaire differentiaalvergelijkingen

$$\frac{dx}{dt} = x^2(y - 1) \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = (x^2 - 1)y.$$

- (1 pt) (a) Bepaal de kritieke punten van het stelsel.
- (2 pt) (b) Bepaal het bijbehorende lineaire stelsel in de buurt van elk van de kritieke punten.
- (2 pt) (c) Bepaal de eigenwaarden van elk van deze lineaire stelsels. Welke conclusies kan men hieruit trekken met betrekking tot het niet-lineaire stelsel?

5. Beschouw de functie f gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- (3 pt) (a) Bereken de Fouriercosinusreeks van f .
- (2 pt) (b) Bereken de Fouriersinusreeks van f .
- (4 pt) (c) Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen de oplossing van het randwaardeprobleem :

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t, & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$