

Tentamen Differentiaalvergelijkingen
wi2051MT
donderdag 29 augustus 2002, 9.00 - 12.00 uur

- (3 pt) 1. Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = \frac{e^{-t}}{t^2} \quad (t > 0).$$

- (3 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y''(t) + y(t) = \begin{cases} 1 - \cos t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 2, & t \geq \pi \end{cases}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

- (3 pt) 3. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'(t) = 1 + e^{-t} + \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau, \quad y(0) = 1.$$

- (9 pt) 4. Bepaal de algemene oplossing van het homogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

AANWIJZING: DE EIGENWAARDEN VAN DE MATRIX A ZIJN $r_1 = r_2 = r_3 = -1$.

Z.O.Z.

5. Beschouw de functie f gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- (3 pt) (a) Bereken de Fouriercosinusreeks van f .
- (2 pt) (b) Bereken de Fouriersinusreeks van f .
- (4 pt) (c) Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen de oplossing van het randwaardeprobleem :

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < 2, & 0 < y < 2 \\ u(0, y) = 0, & u(2, y) = 0, & 0 \leq y \leq 2 \\ u(x, 0) = f(x), & u(x, 2) = 0, & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$