

**Tentamen Differentiaalvergelijkingen  
wi2051MT  
maandag 10 juni 2002, 14.00 - 17.00 uur**

---

- (2 pt) 1. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'(t) + 2y(t) = \sin 2t + \delta(t - \pi), \quad y(0) = 1.$$

- (2 pt) 2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'(t) = 1 + \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau, \quad y(0) = 1.$$

- (9 pt) 3. Bepaal de algemene oplossing van het inhomogene stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t) + \underline{g}(t) \quad \text{met} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -4 & 5 & 4 \\ 6 & -7 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{g}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t}.$$

AANWIJZING: DE EIGENWAARDEN VAN DE MATRIX  $A$  ZIJN  $r_1 = r_2 = 1$  EN  $r_3 = -1$ .

4. Beschouw het autonome stelsel niet-lineaire differentiaalvergelijkingen gegeven door

$$\frac{dx}{dt} = (x - 1)(y - 2) \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = xy.$$

- (1 pt) (a) Bepaal de kritieke punten van het stelsel.  
(2 pt) (b) Bepaal het bijbehorende lineaire stelsel in de buurt van elk van de kritieke punten.  
(2 pt) (c) Bepaal de eigenwaarden van elk van deze lineaire stelsels. Welke conclusies kan men hieruit trekken met betrekking tot het niet-lineaire stelsel?

**Z.O.Z.**

5. Beschouw de functie  $f$  gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- (3 pt) (a) Bereken de Fouriercosinusreeks van  $f$ .
- (2 pt) (b) Bereken de Fouriersinusreeks van  $f$ .
- (4 pt) (c) Bepaal met behulp van de methode van scheiden van variabelen de oplossing van het randwaardeprobleem :

$$\begin{cases} u_{xx} = 4u_t, & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$