Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 wi1300TA, Maandag 12 augustus 2013, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(6) 1. De kromme C is gegeven door: $x = 2t$, $y = t^2$, $0 \leq t \leq 1$.

Op C is een massabelegging aangebracht met constante dichtheid ρ (massa per lengte).

(a) Bereken de massa van C.

(b) Bereken de x-coördinaat van het zwaartepunt van C.

(6) 2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ is gegeven door: $\mathbf{F}(x, y) = (ye^x + y^2 + y)\,\mathbf{i} + (e^x + 2xy - x)\,\mathbf{j}$.

C_1 is het lijnstuk met beginpunt $(0, 0)$ en eindpunt $(1, 2)$.

C_2 is de cirkel met middelpunt $(5, 4)$ en straal 3, georiënteerd volgens de wijzers van de klok.

(a) Bepaal $\displaystyle\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

(b) Bepaal $\displaystyle\int_{C_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ (Hint: Gebruik de stelling van Green).

(4) 3. (a) Laat zien dat het vectorveld $\mathbf{G}$, gegeven door
$\mathbf{G}(x, y, z) = \langle 4x + yz,\, xz,\, \dfrac{2z}{1 + z^2} + xy\rangle$, conservatief is.

(b) Bepaal $\displaystyle\int_K \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$ waarbij K de kromme is met parametervoorstelling
$\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1)\,\mathbf{i} + \sqrt{t}\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}, \;\; 0 \leq t \leq 2.$

(4) 4. Gegeven is het oppervlak S, een deel van een paraboloïde, met vergelijking

$$x = y^2 + z^2, \; x \leq 2.$$

Bepaal de oppervlakte van S.

(7) 5. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle x^3,\, x + z,\, 2 + 3y^2 z\rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, gegeven door: $z = 2 - x^2 - y^2$ met $z \geq 0$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ heeft een positief 3^e kental.

Bereken $\displaystyle\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$.

(Hint: Kies een geschikt oppervlak S_1 zó dat S en S_1 samen een lichaam E omvatten en gebruik de divergentiestelling.)

****