Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 wi1300TA, Maandag 27 augustus 2012, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. S is het deel van het vlak $x + y + z = 4$ binnen de cilinder $x^2 + y^2 = 2$, dus $S = \{(x, y, z) | x + y + z = 4,\ x^2 + y^2 \leq 2\}$, C is de rand van S.

   (4) (a) Bereken $\displaystyle\int_C \sqrt{1 - xy}\, ds$.

   (4) (b) Bereken de oppervlakte van S.

(4) 2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ is gegeven door: $\mathbf{F}(x, y) = (ye^x + y^2)\,\mathbf{i} + (e^x + 2xy + 2x)\,\mathbf{j}$, C is de cirkel met middelpunt $(3, 5)$ en straal 2, georiënteerd volgens de wijzers van de klok.

   (a) Ga na of $\mathbf{F}$ conservatief is.

   (b) Bepaal $\displaystyle\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$. (Green?)

3. Gegeven is het oppervlak S geparametriseerd door

$$\mathbf{r}(u, v) = \langle uv, u + v, u - v \rangle, \quad u^2 + v^2 \leq 6.$$

   (3) (a) Laat zien dat $(2, 3, -1)$ op S ligt en bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in $(2, 3, -1)$.

   (3) (b) Bereken de oppervlakte van S.

(3) 4. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{G}(x, y, z) = \nabla g(x, y, z)$ met $g(x, y, z) = \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)$ en de kromme K met parametervoorstelling $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1)\,\mathbf{i} + \sqrt{t}\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 2$.

   (a) Ga na of $\mathbf{G}$ conservatief is.

   (b) Bepaal $\displaystyle\int_K \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.

5. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle yz - 2xz, x - y + z, z^2 + 1 \rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, gegeven door: $z = 1 - x^2 - y^2$ met $z \geq 0$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ heeft een positief 3^e kental.

   (1) (a) Schets S.

   (5) (b) Bereken $\displaystyle\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$.

   (Hint: Kies een geschikt oppervlak S_1 zó dat S en S_1 samen een lichaam E omvatten en gebruik de divergentiestelling.)

****