Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 wi1300TA, Maandag 28 juni 2011, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(4) 1. K is de snijkromme van de cilinder $x^2 + y^2 = 1$ en het vlak $x + y + z = 1$.

Bereken $\displaystyle\int_K \sqrt{1 - xy}\, ds$.

(7) 2. Het vectorveld $\mathbf{G}$ is gegeven door: $\mathbf{G}(x, y) = (2xy + e^x)\,\mathbf{i} + (x^2 + y)\,\mathbf{j}$.

C_1 is de cirkel met middelpunt $(1, 2)$ en straal 3, positief georiënteerd.

C_2 is de kromme met parametrisering: $\mathbf{r}(t) = (t\cos(\pi t))\,\mathbf{i} + ((1 - t)\sin t)\,\mathbf{j}$, waarbij t loopt van 0 tot 1.

(a) Ga na of $\mathbf{G}$ conservatief is.

(b) Bepaal $\displaystyle\int_{C_1} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.

(c) Bepaal $\displaystyle\int_{C_2} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.

(6) 3. Gegeven is het oppervlak S, geparametriseerd door

$$\mathbf{r}(s, t) = \langle st, s + t, s - t \rangle, \quad \text{met} \quad s^2 + t^2 \leq 1.$$

(a) Laat zien dat het punt $(2, 3, 1)$ op S ligt.

(b) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in $(2, 3, 1)$.

(c) Bepaal de oppervlakte van S.

(10) 4. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle xz + y, 3yz, -2z^2 \rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, gegeven door: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ met $x^2 + y^2 \leq 1$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ heeft een negatief 3^e kental.

(a) Bereken $\operatorname{curl} \mathbf{F}$ en $\operatorname{div} \mathbf{F}$.

(b) Bereken $\displaystyle\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ (divergentiestelling?).

(c) Bereken $\displaystyle\iint_S \operatorname{curl} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ (stelling van Stokes?).

****