Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 wi1300TA, Maandag 22 augustus 2011, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(6) 1. Gegeven is de kromme C, geparametriseerd door $\mathbf{r}(t) = \langle \cos t, \sin t, 2t \rangle$ met $0 \leq t \leq \pi$. Op C is een massabelegging aangebracht met constante dichtheid ρ.

(a) Bereken $\displaystyle\int_C y\, ds$.

(b) Bereken de coördinaten van het massamiddelpunt van C.

(10) 2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door:
$\mathbf{F}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$.

(a) i. Bereken curl $\mathbf{F}$.
ii. Bereken div $\mathbf{F}$.
iii. Is $\mathbf{F}$ conservatief?
iv. Bepaal zo mogelijk een potentiaalfunctie voor $\mathbf{F}$?

(b) C is het lijnstuk met beginpunt $(1, 2, 3)$ en eindpunt $(1, -2, 1)$.
Bereken $\displaystyle\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

(c) Het oppervak B is de bol met middelpunt $(1, 2, 3)$ en straal 4, georiënteerd volgens de naar buiten gerichte nornaal.
Bereken de flux van $\mathbf{F}$ door B.

(4) 3. Gegeven is het oppervlak S geparametriseerd door $\mathbf{r}(s, t) = \langle s, t, st \rangle$ met $s^2 + t^2 \leq 3$.

(a) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in $(1, 1, 1)$.

(b) Bereken de oppervlakte van S.

(7) 4. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{G}(x, y, z) = \langle yz - 2xz, x - y + z, z^2 + 1 \rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, een cilinder, gegeven door: $x^2 + y^2 = 4$ met $0 \leq z \leq 3$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ is van de z-as af gericht.

Bereken $\displaystyle\iint_S \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S}$, de flux van $\mathbf{G}$ door S.

(Hint: Kies geschikte oppervlakken S_1 en S_2 zó dat S, S_1 en S_2 samen een lichaam E omvatten en gebruik de divergentiestelling.)

* * * * * * *