Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 wi1300TA, Maandag 28 juni 2010, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(3) 1. Bepaal $\int_K \sqrt{x+y+z}\, ds$ waarbij K het lijnstuk is van $(1,2,3)$ naar $(3,4,5)$.

(4) 2. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{G}(x,y) = (e^{-x}y + xy^2)\,\mathbf{i} + (2x - e^{-x} + x^2y)\,\mathbf{j}$.
C is de cirkel met middelpunt $(4,5)$ en straal 3, positief geörienteerd.

(a) Ga na of $\mathbf{G}$ conservatief is.

(b) Bepaal $\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$. (denk aan Green)

(4) 3. Het oppervlak S is gegeven door de parametrisering

$$\mathbf{r}(r,t) = (r\cos t)\,\mathbf{i} + (r\sin t)\,\mathbf{j} + e^r\,\mathbf{k}, \quad r \geq 0,\ 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in $(1, \sqrt{3}, e^2)$.

(4) 4. Het oppervlak S is het deel van de cilinder $x^2 + y^2 = 4$ dat ligt boven het vlak $z = 0$ en onder het oppervlak $z = 1 + x^2$.

Bepaal de oppervlakte van S.

5. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door: $\mathbf{F}(x,y,z) = (e^y + yz)\mathbf{i} + (xe^y + xz)\mathbf{j} + (xy+2)\mathbf{k}$.

(2) (a) Bereken $\operatorname{curl}\mathbf{F}$ en $\operatorname{div}\mathbf{F}$.

(4) (b) De geörienteerde kromme C gegeven wordt gegeven door:
$\mathbf{r}(t) = (t^2 + t^3)\,\mathbf{i} + (t\sqrt{t} - 1)\,\mathbf{j} + (t^4 + 2)\,\mathbf{k}$ waarbij t van 0 tot 1 loopt.
Bereken $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

(6) 6. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{G}(x,y,z) = \langle -xy, x+y+z, z+yz-4y \rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, een deel van een paraboloïde, gegeven door: $z = x^2 + y^2$ met $0 \leq z \leq 4$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ is van de z-as af gericht.

Bereken $\iint_S \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S}$, de flux van $\mathbf{G}$ door S.

(Hint: Kies een geschikt oppervlak S_1 zó dat S en S_1 samen een lichaam E omvatten en gebruik de divergentiestelling.)