

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

- (3) 1. Bepaal $\int_C (x - y)^2 ds$ waarbij de kromme C de cirkel is met vergelijking $x^2 + y^2 = 4$.
- (4) 2. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{G}(x, y) = \cos y \mathbf{i} + x \sin y \mathbf{j}$.
 K is het lijnstuk met beginpunt $(0, 0)$ en eindpunt $(\pi, 2\pi)$.
- (a) Ga na of \mathbf{G} conservatief is.
- (b) Bepaal $\int_K \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.
- (3) 3. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \nabla f(x, y, z)$ met $f(x, y, z) = \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)$ en de kromme C met parametervoorstelling $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1)\mathbf{i} + \sqrt{t}\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 2$.
- (a) Ga na of \mathbf{F} conservatief is.
- (b) Bepaal $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.
- (8) 4. Het oppervlak S is het deel van de paraboloid $z = x^2 + y^2$ dat ligt onder het vlak $z = 2$. Dus $S = \{(x, y, z) | z = x^2 + y^2, z \leq 2\}$.
- (a) Bepaal een parametrisering van S .
- (b) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- (c) Bepaal de oppervlakte van S .
- (9) 5. Het vectorveld \mathbf{G} wordt gegeven door: $\mathbf{G}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
 D is het deel van het vlak $z = 3$ binnen de cilinder $x^2 + y^2 = 16$.
 D is georiënteerd volgens de naar boven gerichte normaal.
 C is de rand van D , van boven af gezien, georiënteerd tegen de wijzers van de klok in.
Het oppervlak B is de bol met middelpunt $(0, 0, 3)$ en straal 4, georiënteerd volgens de naar buiten gerichte normaal.
- (a) Bereken $\text{curl } \mathbf{G}$ en $\text{div } \mathbf{G}$.
- (b) Bereken $\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.
- (c) Bereken $\iint_D \text{curl } \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S}$.
- (d) Bereken $\iint_D \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S}$, de flux van \mathbf{G} door D .
- (e) Bereken $\iint_B \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S}$, de flux van \mathbf{G} door B .

Antwoorden:

1. 16π .
2. (a) niet conservatief.
(b) $-\pi$.
3. (a) wel conservatief
(b) $\ln 8$.
4. (a) bijvoorbeeld: $\mathbf{r}(r, t) = (r \cos t) \mathbf{i} + (r \sin t) \mathbf{j} + r^2 \mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq \sqrt{2}$.
(b) $-(x - \frac{1}{2}) - (y - \frac{1}{2}) + (z - \frac{1}{2}) = 0$.
(c) $\frac{13}{3}\pi$.
5. (a) $-\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, 0.
(b) 32π .
(c) 32π .
(d) 16π .
(e) 0.