Technische Universiteit Delft
Faculteit Informatietechnologie en Systemen
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 WI1 231TA, Dinsdag 17 juni 2003, 9:00-11:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x,y) = y^2\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j}$ op $\mathbb{R}^2$ en de kromme K met vergelijking $y = x\sqrt{x}$, $0 \le x \le 4$.

(4) (a) Bereken de lengte van K.

(3) (b) Bereken $\displaystyle\int_K \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ waarbij K doorlopen wordt van $(0,0)$ naar $(4,8)$.

(4) 2. C is de cirkel $x^2 + y^2 = 9$, eenmaal in positieve richting doorlopen.

Bereken $\displaystyle\int_C (yx^2 - e^{\sin x})dx + (x^3 + \sqrt{y^4+1})dy$.

(6) 3. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = (xz+y)\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + (\frac{1}{2}x^2 + y)\mathbf{k}$ op $\mathbb{R}^3$ en de kromme C met parametervoorstelling $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t)\mathbf{i} + t^3\mathbf{j} + (\sin 2t)\mathbf{k}$, $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$.

(a) Laat zien dat $\mathbf{F}$ conservatief is.

(b) Bepaal $\displaystyle\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

4. Gegeven is het georiënteerde oppervlak S met parametervoorstelling $\mathbf{r}(u,v) = u^2v\mathbf{i} + uv^2\mathbf{j} + v^3\mathbf{k}$ met $0 \le u \le 3$ en $0 \le v \le 2$.
De eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ heeft een positief derde kental.

(3) (a) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in het punt $(4,2,1)$.

(3) (b) Bereken de oppervlakte-integraal van het vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ over S: $\displaystyle\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$.

(4) 5. S is het oppervlak van het viervlak (*tetrahedron*) met hoekpunten (0,0,0), (3,0,0), (0,3,0) en (0,0,3).
Bereken de flux van het vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = (2x + \sin(y^2))\mathbf{i} + xe^z\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$ door S (met naar buiten gerichte eenheidsnormaalvestor).

Antwoorden:

1. $\frac{8}{27}(10\sqrt{10}-1),\ 256.$
2. $\frac{81}{2}\pi.$
3. potentiaalfunctie: $f(x,y,z)=\frac{1}{2}x^2z+xy+yz$ of curl $\mathbf{F}=\mathbf{0}$, $\frac{\pi^3}{8}$.
4. $x-4y+4z=0,\ 288.$
5. $\frac{63}{2}$ (gebruik de divergentiestelling).