Technische Universiteit Delft
Faculteit Informatietechnologie en Systemen
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse voor Technische Aardwetenschappen
deel 4 WI1 231TA, Woensdag 28 augustus 2002, 9:00-11:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. Het vectorveld $\mathbf{G}$ wordt gegeven door:
   $\mathbf{G}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$.

(1) (a) i. Bereken curl $\mathbf{G}$.

(1) ii. Bereken div $\mathbf{G}$.

(1) iii. Is $\mathbf{G}$ conservatief?

(1) iv. Bestaat er een potentiaalfunctie voor $\mathbf{G}$?

(3) (b) C is het lijnstuk met beginpunt $(1, 2, 3)$ en eindpunt $(1, -2, 1)$.
Bereken $\displaystyle\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$.

(2) (c) Het oppervak B is de bol met middelpunt $(1, 2, 3)$ en straal 4, georiënteerd volgens de naar buiten gerichte nornaal.
Bereken de flux van $\mathbf{G}$ door B.

(5) 2. Bereken de oppervlakte van het oppervlak S geparametriseerd door

$$\mathbf{r}(u, v) = \langle uv, u + v, u - v\rangle, \;\; u^2 + v^2 \leq 1.$$

(7) 3. S is het deel van het vlak met vergelijking $x+y+z = 1$ dat in het 1^e octant ligt. C is de rand van S, georiënteerd volgens de wijzers van de klok, gezien van uit de oorsprong. Het vectorveld $\mathbf{F}$ is gegeven door $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle z^2 + \arctan x, \sqrt{y} + x^2, z^3 + y^2\rangle$.
Bereken $\displaystyle\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$. (Hint: gebruik de stelling van Stokes.)

4. Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle yz - 2xz, x - y + z, z^2 + 1\rangle$ en het georiënteerde oppervlak S, gegeven door: $z = 1 - x^2 - y^2$ met $z \geq 0$, de eenheidsnormaalvector $\mathbf{n}$ heeft een positief 3^e kental.

(1) (a) Schets S.

(5) (b) Bereken $\displaystyle\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$.
(Hint: Kies een geschikt oppervlak S_1 zó dat S en S_1 samen een lichaam E omvatten en gebruik de divergentiestelling.)

Antwoorden:

1. (a) $2\mathbf{k}$, 0, nee, nee.
   (b) -6
   (c) 0 (gebruik divergentiestelling).
2. $\pi(2\sqrt{6} - \frac{8}{3})$.
3. 1.
4. $\frac{\pi}{2}$.