Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
woensdag 16 april 2014, 18:30-20:30 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y) = 1 - \sqrt{2x^2 + y^2}$.

(2) (a) Schets een hoogtekaart (hoogte $0, \frac{1}{2}, 1$) en de grafiek van f.

(2) (b) Ga na of $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ bestaat.

2. $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y, z) = x + \dfrac{y}{z}$ en $P = (4, 3, -1)$.

(1) (a) Bepaal $\nabla f(4, 3, -1)$, de gradiënt van f in P.

(2) (b) Bepaal de richtingsafgeleide van f in P in de richting van de vector $\mathbf{v} = \langle 1, 2, -2\rangle$.

(2) (c) S is het niveauoppervlak (level surface) van f waar P op ligt.
Geef een vergelijking van het raakvlak aan S in P.

3. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y) = x^3 + 2x^2 + x + y^2$.

(3) (a) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f en ga van elk van deze punten na of het een lokaal minimum, een lokaal maximum of een zadelpunt betreft.

(2) (b) Bepaal het absolute minimum en het absolute maximum van f op het gebied D met $D = \{(x, y) | \, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

4. D is het gebied ingesloten door de grafieken van $y = \ln x$, $y = -\ln x$ en $x = 2$.
Op D wordt een massabelegging aangebracht met massadichtheid $\rho(x, y) = xe^y$.

(3) (a) Bepaal de massa van D.

(2) (b) Bepaal de x-coördinaat van het massamiddelpunt van D.

5. Gegeven is het gebied $G = \{(x, y) | \, x^2 + y^2 \leq 4, \; x \geq 1\}$.

(2) (a) Beschrijf G in poolcoördinaten.

(2) (b) Bereken de oppervlakte van G.

(4) 6. G is het gebied binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
Bereken $\displaystyle\iiint_G z^2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\, dV$.

* * * * * * *