Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
maandag 21 juni 2010, 9:00-11:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. De functie $f : \mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x,y) = \dfrac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$.

(2) (a) Teken een hoogtekaart (contour map) (hoogte 0, 1 en 2).

(1) (b) Bestaat $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?

(2) (c) Bepaal de linearisering $L(x,y)$ van f in $(2,1)$.

2. $g : D \to \mathbb{R}$ is gegeven door $g(x,y) = 3\ln(xy) - x^3 - y$ met $D = \{(x,y) \mid xy > 0\}$.

(3) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van g in het punt $(3,1)$ in de richting van de vector $\langle 1,1 \rangle$.

(3) (b) Bepaal de stationaire punten (critical points) van g en ga van elk van deze punten na of het een lokaal minimum, een lokaal maximum of een zadelpunt betreft.

(4) 3. Bereken $\displaystyle\int_0^2 \int_{x^2}^4 \frac{xy}{y^3+1}\, dy\, dx$.

Aanwijzing: misschien helpt een andere integratievolgorde.

(4) 4. $G = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \le 4,\ x \ge 0,\ 0 \le y \le 2x\}$.

Bereken $\displaystyle\iint_G e^{x^2+y^2}\, dA$.

(4) 5. $E = \{(x,y,z) \mid x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0,\ x+y+z \le 2\}$.

Bereken $\displaystyle\iiint_E z\, dV$.

(4) 6. H is het lichaam binnen de cilinder $(x-1)^2+y^2 = 1$, boven het x,y-vlak en onder de kegel $z = \sqrt{x^2+y^2}$.

Dus $H = \{(x,y,z) \mid (x-1)^2+y^2 \le 1,\ 0 \le z \le \sqrt{x^2+y^2}\}$.

Schrijf $\displaystyle\iiint_H f(x,y,z)\, dV$ als herhaalde integraal met behulp van cilindercoördinaten.

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
maandag 21 juni 2010.

Antwoorden:

1. (a) -
   (b) bestaat niet
   (c) $L(x,y) = \frac{1}{25} + \frac{6}{25}(x-2) - \frac{12}{25}(y-1)$.
2. (a) $-12\sqrt{2}$
   (b) $(1,3)$ maximum.
3. $\frac{1}{6}\ln 65$
4. $\frac{1}{2}(e^4-1)\arctan(2)$.
5. $\frac{2}{3}$
6. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos\theta} \int_0^r f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)\, r\, dz\, dr\, d\theta$