Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen analyse moduul 3 voor TA,
Donderdag 25 maart 2004, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(3) 1. Bepaal de linearisering van de functie $f(x,y,z) = \sqrt{z + \frac{x}{y}}$ in het punt $(3,1,6)$.

2. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = x^3 + 2x^2 + x + y^2$.

(3) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in het punt $(-2,1)$ in de richting van de vector $< -1, 3 >$.

(3) (b) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f en ga van elk van deze punten na of het een lokaal minimum, een lokaal maximum of een zadelpunt betreft.

(3) (c) Bepaal het absolute minimum en het absolute maximum van f op het gebied $D = \{(x,y) |\, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(4) 3. Bereken: $\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3+1}\, dy \right) dx$.
Aanwijzing: schets het gebied en verander de integratievolgorde.

(3) 4. E is het viervlak met hoekunten $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ en $(0,0,2)$.
Schrijf $\iiint_E f(x,y,z)\, dV$ als herhaalde integraal, dus als $\int_{\dots}^{\dots} \int_{\dots}^{\dots} \int_{\dots}^{\dots} f(x,y,z)\, dz\, dy\, dx$
(een andere integratievolgorde mag ook).

(4) 5. H is het lichaam binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en boven de kegel $z = \sqrt{x^2+y^2}$.
Dus $H = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 |\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z \geq \sqrt{x^2+y^2}\}$.
Bereken $\iiint_H z\sqrt{x^2+y^2}\, dV$.

(3) 6. (a) Bereken de oppervlakte van het gebied binnen de ellips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ met a en b positieve costanten.
Aanwijzing: gebruik de transformatie $\begin{cases} x = a\,u \\ y = b\,v \end{cases}$.

(1) (b) Controleer uw antwoord voor geschikt gekozen waarden van a en b.