Technische Universiteit Delft
Faculteit Informatietechnologie en Systemen
Mekelweg 4, Delft

Tentamen analyse moduul 3 voor TA en GE
Woensdag 26 maart 2003, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

(3) 1. Bepaal de linearisering van de functie $f(x,y) = \sqrt{20 - x^2 - 7y^2}$ in (2,1) en benader hiermee $f(2.06, 0.97)$.

2. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = x^2y^2 - 2xy^2 - 3y^2 - 4x^2 + 8x$.

(2) (a) Laat zien dat $(1,0)$ een stationair punt (critical point) van f is.

(2) (b) Ga na of f in $(1,0)$ een minimum, een maximum of een zadelpunt heeft.

(2) (c) Bepaal alle stationaire punten van f.

(4) 3. D is het gebied binnen de driehoek met hoekpunten $(-2,2)$, $(0,1)$ en $(1,2)$.
Bereken $\displaystyle\iint_D \frac{1}{y} dA$.

4. Gegeven is het gebied $G = \{(x,y)|\ x + y \le 3,\ xy \ge 2,\ x \ge 0,\ y \ge 0\}$.

(1) (a) Schets G.

(2) (b) Bereken de oppervlakte van G.

(2) (c) Bereken de x-coördinaat van het massamiddelpunt als op G een massabelegging is aangebracht met constante dichtheid ρ.

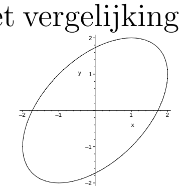
5. Het lichaam E ligt binnen de bol met vergelijking $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en boven het vlak met vergelijking $z = 1$.

(2) (a) Beschrijf E in bolcoördinaten.

(3) (b) Bereken de massa van E als de massadichtheid K gegeven is door
$K(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.

(4) 6. Bereken de oppervlakte van het gebied binnen de ellips met vergelijking $x^2 - xy + y^2 = 3$.

Aanwijzing: Pas de transformatie $\begin{cases} x = \sqrt{3}\,u - v \\ y = \sqrt{3}\,u + v \end{cases}$ toe.



Antwoorden tentamen analyse, deel 3, maart 2003

1. $L(x,y) = 3 - \frac{2}{3}(x-2) - \frac{7}{3}(y-1)$, 3.03

2. (a) -

   (b) maximum

   (c) $(-1,2), (-1,-2), (1,0), (3,2), (3,-2)$

3. $3 - 3\ln 2$

4. (a) -

   (b) $\frac{3}{2} - 2\ln 2$

   (c) $\dfrac{1}{9 - 12\ln 2}$

5. (a) $\dfrac{1}{\cos\phi} \leq \rho \leq 2,\ 0 \leq \phi \leq \dfrac{\pi}{3},\ 0 \leq \theta \leq 2\pi$

   (b) π

6. $2\sqrt{3}\pi$.