Technische Universiteit Delft

Faculteit ITS

Tentamen ANALYSE deel 3 (nieuw) voor TA en GE.

(codes: wi1230TA, wi1238GE (wi1034GE))

Vrijdag, 14 april 2000, 14.00-17.00 uur.

Elk antwoord dient vergezeld te gaan van BEREKENINGEN en/of ARGUMENTEN!!.

Men mag gebruik maken van het formuleblad en een calculator!

De functie $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door het voorschrift $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 + xy$. Het punt $\mathbf{a} = (1,2)$.

1. Bepaal de afgeleide van f in **a**. Bepaal de linearisering $l(x,y)$ van f in $\underline{a}$. Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in $(1,2,5)$.

2. Bepaal de richtingsafgeleide van f in **a** in de richting gegeven door de vector $\mathbf{w} = (3,4)$. Bepaal de richting en de grootte van de maximale richtingsafgeleide van f in **a**.

3. Bepaal het Taylorpolynoom van f rond **a** tot en met de kwadratische termen (de fout wordt niet gevraagd!).

4. Bepaal ligging en grootte van de globale extremen van de functie f, wanneer we het definitie-gebied beperken tot $D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 1 \text{ en } 0 \le y \le 1\}$.
   Heeft f ook andere locale extremen? *Motiveer je antwoord!*

5. g is een functie van x en y. Men gaat over op de nieuwe variabelen u en v, die als volgt met **x** en y samenhangen: $x = u + \frac{v}{2}$ en $y = v - \frac{u}{3}$. We beschouwen g nu als functie van u en v. Druk nu $\frac{\partial^2 g}{\partial v \partial u}$ uit in x, y en partiële afgeleiden van g naar x en y.

2.0.2.

6. Laat k de snijkromme van de twee oppervlakken in $\mathbb{R}^3$ zijn, gegeven door de vergelijkingen $x + 2y + z^3 = 2$ en $y + z = 1$.

   i) Geef een parametervoorstelling van k (neem bijv. z als parameter),

   ii) Bepaal een parametervoorstelling van de lijn die raakt aan k in het punt (0,1,0).

7. x, y en z voldoen aan de vergelijkingen $yz = 1$ èn $x^3 + 2y^3 + z^3 = 4$. Gegeven is dat men dan y en z als functies van x kan beschouwen in een omgeving van $\mathbf{b} = (1,1,1)$. Bereken $z' := \frac{dz}{dx}$ in **b**.

8. Gegeven is de afbeelding **f** van $D = \{(x,y) \mid 0<x,\ 0<y\}$ in $\mathbb{R}^2$ door $\mathbf{f}(x,y) = (u,v)$ met $u = x^2 + y^2$ en $v = x^2y^2$.
   Men beschouwt, in een omgeving van het punt $\mathbf{b} := \mathbf{f}(1,2)$, x en y als functies van u en v.
   Bepaal de partiële afgeleiden van x en y naar u en v in dit punt **b**.

9. Ga na of de volgende functie locale of globale extremen heeft:
   $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ met $f(x,y) = 3x^2 + 2xy - y^2 - 4x + 6y + 8$.

****

NORMERING: Elk goed beantwoord vraagstuk levert 3 punten op. Het eindcijfer wordt (totaal + 3)/3, afgerond op 1 cijfer achter de komma.