Faculteit EWI, afdeling DIAM
Toets 2 Lineaire Algebra (deel 2), wi1273TA
Donderdag 14 maart 2013, 9.45-10.30 uur

Naam:
Studienr:

- Bij de eerste 4 opgaven hoeft u alleen de antwoorden op dit vel in te vullen (u hoeft daarbij geen toelichting te geven). Bij opgave 5 dient u een duidelijke argumentatie te geven. Ook deze uitleg kunt u op dit opgavevel noteren. Schrijf duidelijk, zodat u niet door slordig schrift punten verliest.
- Er zijn geen hulpmiddelen toegestaan, dus ook geen rekenmachine.
- Normering:

Opg. 1	1,5	Opg. 2	1,5	Opg. 3a	0,5	Opg. 4	1,5	Opg. 5	2
				Opg. 3b	2				

Cijfer=score+1.

---

1. Ga na voor welke waarde(n) van α het stelsel polynomen $\{1 + 2t - 5t^2, 3 + 2\alpha t - 5\alpha t^2, 2\alpha + 32t + 10\alpha t^2\}$ lineair afhankelijk is.

Antwoord:

$\alpha = 3$ of $\alpha = -8$

2. Gegeven is de lineaire deelruimte $V = \left\{ \begin{bmatrix} a-3b & 5b & a-b \\ 8a & a+11b & 0 \end{bmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}$ van $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$, de vectorruimte van alle 2×3-matrices met reële coëfficiënten. Geef een basis van V.

Antwoord:

bijv. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 8 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ 0 & 11 & 0 \end{bmatrix} \right\}$

3. Gegeven is de lineaire afbeelding $\mathcal{T} : \mathbb{P}_3 \to \mathbb{R}$, met voorschrift $T(p(t)) = \int_{-1}^{1} p(t)dt$.

a. Geef $R(\mathcal{T})$, de beeldruimte van $\mathcal{T}$.

Antwoord:

$R(T) = \mathbb{R}$

b. Geef een *basis* van $NUL(\mathcal{T})$, de nulruimte van $\mathcal{T}$.

Antwoord:

bijv. $\{t, 1-3t^2, t^3\}$

z.o.z.

4. Gegeven is de vectorruimte $V = Span\{\sin(t),\ \cos(t)\}$ met de basis
$\mathcal{C} = \{2\sin(t) + \cos(t), 3\sin(t) + 2\cos(t)\}$.
Bepaal $[f(t)]_{\mathcal{C}}$ als $f(t) = 10\sin(t) + 7\cos(t)$.
Antwoord: $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

5. Bewijs of weerleg de volgende uitspraak (*bij dit vraagstuk dient een volledige en sluitende argumentatie te worden gegeven*):

Als $\mathcal{T}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de afbeelding is met voorschrift $\mathcal{T}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$, dan is de verzameling $H = \left\{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \middle| \mathcal{T}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right\}$ een lineaire deelruimte van $\mathbb{R}^2$.
(Ter info: H wordt de dekpuntsverzameling van $\mathcal{T}$ genoemd)
Juist/Onjuist + argumentatie:

Bewijs 1 : Ga de 3 voorwaarden na waaraan een Lineaire deelR. moet voldoen

Bewijs 2 : $H = Span\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$ en bijgevolg een Lineaire deelR. van $\mathbb{R}^2$