Faculteit EWI, afdeling DIAM
Toets2 Lineaire Algebra (deel1), wi1273TA
Donderdag 6 december 2012, 9.45-10.30 uur

Naam:
Studienr:

- Bij de eerste 4 opgaven hoeft u alleen de antwoorden op dit vel in te vullen (u hoeft daarvan geen toelichting te geven). Bij opgave 5 dienen beide onderdelen van een duidelijke argumentatie te zijn voorzien. Ook deze uitleg kunt u op dit opgavevel noteren. Schrijf duidelijk, zodat u niet door slordig schrift punten verliest.
- Normering: 1/ 1+1/ 2/ 1/ $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$ en Cijfer=score+1.

---

1. Bepaal voor welke waarde(n) van h het stelsel vectoren

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ h \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$$ lineair afhankelijk is.

Antwoord: $h = 2$

2. Gegeven zijn matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 14 \\ 2 & -2 & \alpha \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$, waarbij $\alpha \in \mathbb{R}$, en de bijbehorende matrixtransformatie $\mathcal{T} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ met voorschrift $\mathcal{T}(\underline{x}) = A\underline{x}$.

a. Voor welke waarde(n) van α geldt $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}(\mathcal{T})$, de beeldruimte van $\mathcal{T}$?

Antwoord: $\alpha \neq 7$

b. Neem $\alpha = 7$ en bepaal $NUL(\mathcal{T})$, de nulruimte van $\mathcal{T}$.
Antwoord:

$$NUL(T) = \text{Span}\left\{ \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

z.o.z.

3. Gegeven is de lineaire afbeelding $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, die vectoren uit $\mathbb{R}^2$ eerst spiegelt in de lijn $x_2 = x_1$, en vervolgens roteert om (0,0) over $\frac{1}{2}\pi$ tegen de wijzers van de klok. Geef de standaardmatrix van $\mathcal{T}$.

Antwoord:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Gegeven zijn de matrices $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ en $B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & \beta \end{bmatrix}$, waarbij $\beta \in \mathbb{R}$.

Bepaal β zodanig dat $CB = B^T C^T$.

Antwoord:

$\beta = 6$

5. Bewijs of weerleg de volgende 2 uitspraken (*bij dit vraagstuk dient een volledige en sluitende argumentatie te worden gegeven*):

a. De afbeelding $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ met voorschrift $\mathcal{T}\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ 5 \end{bmatrix}$ is een lineaire afbeelding.

Juist/Onjuist + argumentatie:

$T(\underline{0}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \neq \underline{0}$, dus T is niet lineair

b. Voor elk tweetal $n \times n-$ matrices A en B geldt $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Hint: het volgende theorema geeft een aantal nuttige rekenregels:

Juist/Onjuist + argumentatie:

$(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$

en dit is in het algemeen ongelijk aan $A^2 - B^2$ omdat men niet mag stellen $AB = BA$ voor willekr. $n \times n$-matrices