

Naam:

Studier:

- U hoeft alleen de antwoorden op dit vel in te vullen (er is geen argumentatie vereist). Bij de volgende toetsen zal voor een deel van de vragen wel een onderbouwing van de antwoorden worden gevraagd en bij tentamenvraagstukken is het altijd nodig antwoorden te beargumenteren. Schrijf duidelijk, zodat u niet door slordig schrift punten verliest.
- Normering: $1/2/1 \frac{1}{2}/1/1 \frac{1}{2}/2$ en Cijfer=score+1.

1. Bepaal de gereduceerde echelonvorm van matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$.

Antwoord:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. De aangevulde matrix van een stelsel lineaire vergelijkingen kan worden gegeven tot

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right]. \text{ Geef de oplossingsverzameling in parametervorm.}$$

Antwoord:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -7 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ met } x_2, x_4 \in \mathbb{R}$$

3. De aangevulde matrix van een stelsel lineaire vergelijkingen kan worden gegeven tot

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 11 & -1 & \alpha & -7 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 - \beta \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha + 6 & (\beta - 2)(\alpha + 1) + 14 \end{array} \right], \text{ hierbij geldt } \alpha, \beta \in \mathbb{R}. \text{ voor welke}$$

 waarden van α en β is dit stelsel strijdig?

Antwoord:

$$\begin{aligned} 2\alpha + 6 = 0 \quad \text{en} \quad (\beta - 2)(\alpha + 1) + 14 &\neq 0 \\ \Leftrightarrow \alpha = -3 \quad \text{en} \quad -2(\beta - 2) &\neq -14 \\ \Leftrightarrow \alpha = -3 \quad \text{en} \quad \beta &\neq 9 \end{aligned}$$

z.o.z.

4. Gegeven is matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & b \\ c & d \end{bmatrix}$, waarbij $b, c, d \in \mathbb{R}$. Geef de voorwaarde waaraan

b, c en d voldoen als matrix A rij-equivalent is met matrix $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Antwoord:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{5}c} \sim \begin{bmatrix} 5 & b \\ 0 & d - \frac{1}{5}bc \end{bmatrix}$$

Nu volgt:

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow d - \frac{1}{5}bc \neq 0 \Leftrightarrow 5d - bc \neq 0$$

5. Bepaal h zodanig dat $\begin{bmatrix} 3 \\ h \\ 6 \end{bmatrix} \in \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$.

Antwoord:

Beschouw $\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & h \\ 1 & 3 & 6 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & h+12 \end{array} \right]$

Nu volgt: $\begin{bmatrix} 3 \\ h \\ 6 \end{bmatrix} \in \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\} \Leftrightarrow h = -12$

6. Geef alle mogelijke gereduceerde echelonvormen van een 2×2 -matrix (een matrix met 2 rijen en 2 kolommen).

Antwoord:

De mogelijkheden zijn!

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

↑
geen pivot-positie

↑
1 pivot positie

↑
2 pivot posities