

Technische Universiteit Delft
Faculteit Electrotechniek, Wiskunde en Informatica (EWI)
Mekelweg 4; 2628CD Delft

Tussentoets Lineaire Algebra, wi2273TA
Dinsdag 30 oktober 2007, 14.00-16.00 uur

-
- Gebruik van een zakcalculator is toegestaan.
 - Elk antwoord dient beargumenteerd te worden.
 - Elk onderdeel is (bij correcte beantwoording) 3 punten waard.
 - Het getal $(\text{score}+4)/4$, afgerond op 1 decimaal, geeft het eindresultaat.
-

1. Gegeven is het stelsel lineaire vergelijkingen:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 & = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 & = -4 \\ 10x_1 + 4x_2 + \alpha^2 x_3 & = \alpha^2 \end{cases} \text{ waarbij } \alpha \in \mathbb{R}.$$

De *coëfficiëntenmatrix* van dit lineaire stelsel noemen we C .

- Bepaal voor welke waarde(n) van α dit stelsel strijdig is.
 - Geef voor elke waarde van α een basis van $NUL(C)$.
 - Voor welke waarde(n) van α is $C^T C$ inverteerbaar?
2. a. In \mathbb{R}^3 is het *onafhankelijke* stelsel vectoren $\{a_1, a_2, a_3\}$ gegeven. Bepaal $\alpha \in \mathbb{R}$ zodanig dat het stelsel $\{a_1 + a_2 + a_3, a_1 - a_2 + 2a_3, a_1 + \alpha a_2\}$ afhankelijk is.

4. Gegeven zijn de lineaire deelruimte $W = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ en de

vector $\underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ in \mathbb{R}^4 .

- a. Construeer een orthogonale basis van W .
 - b. Bepaal een vector $\underline{w} \in W$ en een vector \underline{u} , die loodrecht op *alle* vectoren uit W staat, zodat $\underline{b} = \underline{w} + \underline{u}$.
5. Bereken door toepassing van de kleinste-kwadraten-methode β_0 en β_1 zodanig dat de grafiek van de functie $y = \beta_0 + \beta_1 2^x$ zo goed mogelijk aansluit bij de punten $[0, 6]$, $[1, 3]$ en $[2, 0]$.