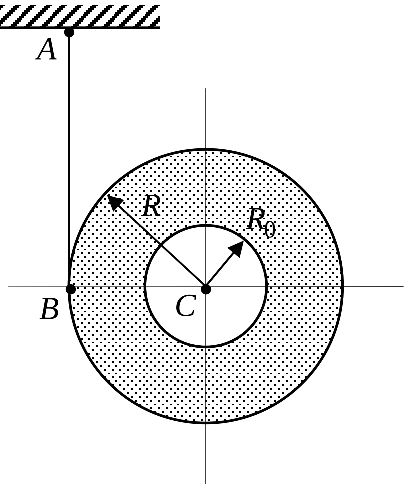
Tentamen Mechanica II (TN4120TA)

16 juni 2005 9.00-12.00 uur

- *Het tentamen bestaat uit drie opgaven*
- *Vermeld op elk blad uw naam en studienummer*
- *Het gebruik van syllabus, boeken e.d. is niet toegestaan*

Opgave 1

Een holle cilinder met massa m heeft een binnenstraal R_0 en een buitenstraal R (zie figuur). In het getekende vlak door het massacentrum C, loodrecht op de centrale as is een massaloos touwtje rond de cilinder gewikkeld. Dit touwtje is bevestigd aan een vast punt A.



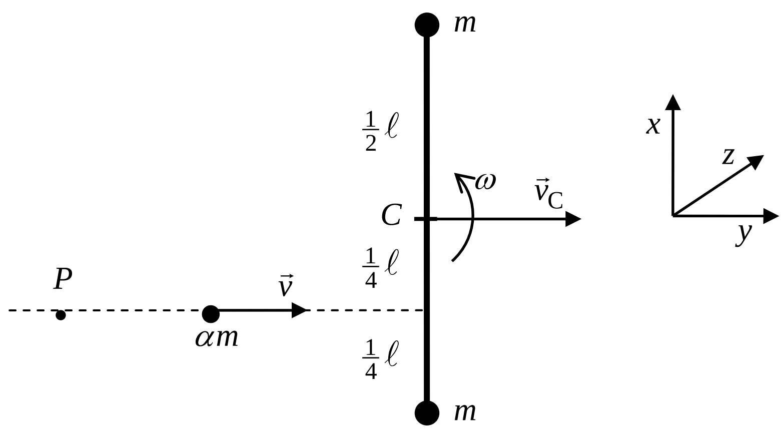
a) Bewijs dat het traagheidsmoment I_C van de holle cilinder t.o.v. de centrale as gelijk is aan

$$I_C = \tfrac{1}{2}m(R_0^2 + R^2)$$

b) De cilinder rolt vertikaal naar beneden.
Bereken de versnelling a_C uitgedrukt in g, R_0 en R.
Bereken ook de versnelling a_C voor de gevallen $R_0 \to 0$ en $R_0 \to R$. De massa blijft in deze gevallen wél gelijk aan m.

c) Bereken de kracht die het koord op punt A uitoefent voor de gevallen $R_0 \to 0$ en $R_0 \to R$.

Opgave 2
Twee puntmassa's m op onderlinge afstand ℓ zijn verbonden met een massaloze staaf (zie figuur). De staaf met de twee puntmassa's ligt oorspronkelijk stil. Een puntmassa αm botst met snelheid $\vec{v} = (0, v, 0)$ loodrecht op deze staaf, op een afstand $\frac{1}{4}\ell$ van één der uiteinden (α is dus een getal). Het geheel speelt zich af op een horizontale tafel (xy-vlak), zonder dat er wrijving optreedt. Verder is de botsing <u>volkomen</u> <u>elastisch</u> en duurt hij zo kort dat de staaf tijdens de botsing niet merkbaar van stand is veranderd.



a) Bereken de grootte en de richting van het impulsmoment $\vec{L}_\mathrm{P}$ t.o.v. het punt P van het systeem (is de staaf met de twee massa's plus de botsende massa), als punt P een vast punt is op de drager van $\vec{v}$. Doe dit zowel voor als na de botsing.

b) Bereken m.b.v. onderdeel a) de positie van het percussiepunt Q ten tijde van de botsing. Welke conclusie kan uit het antwoord worden getrokken?

Na de botsing heeft de puntmassa αm een snelheid $\vec{u}$ in dezelfde richting als (of tegengesteld aan) $\vec{v}$. Nadere beschouwing leert, dat de grootheden u, ω en v_C niet zonder meer bekend zijn.

c) Welke behoudswetten zijn hier van toepassing en waarom?

d) Los nu eerst $\vec{u}$ op uit de vergelijkingen die volgen uit de behoudswetten. Bepaal vervolgens α voor de situatie dat $\vec{u} = \vec{0}$ (de botsende massa blijft dus stil liggen na de botsing). Druk voor deze waarde van α de grootheden ω en v_C uit in v en ℓ.

Opgave 3

Een massa $m = 1\,\text{kg}$ vastgemaakt aan een veer voert een gedempte trilling uit. Gegeven is dat de veerconstante $b = 100\ \text{N/m}$ en de constante $\alpha = 1$ (zie formuleblad) in SI-eenheden. Er werken geen andere krachten op dit massa-veersysteem.

a) Wat is de eenheid van de constante α?
Bereken de constanten r, ω_0 en ω_1 en geef ook de eenheden van deze constanten.

b) Geef de bewegingsvergelijking van dit massa-veersysteem.
Met wat voor soort gedempte trilling hebben we hier te maken en wat is daarvan de algemene oplossing?

c) Wat is de amplitude van deze trilling en hoe groot is deze op $t = 0$?
Met welke factor is de amplitude afgenomen na 3 seconden?

d) Gegeven is dat op $t = 0$ de uitwijking $x = 0.1000\ \text{m}$ en de snelheid $v = \dot{x} = 0\ \text{m/s}$.
Bereken m.b.v. van deze gegevens de fasehoek β en waarde van de amplitude op $t = 0$.
Hoeveel groter is de waarde van de amplitude dan de uitwijking x op $t = 0$? Geef het antwoord in vier cijfers achter de komma.

e) Na korte tijd t_0 is voor het eerst de uitwijking x gelijk aan de amplitude. Bereken de waarde van t_0.