

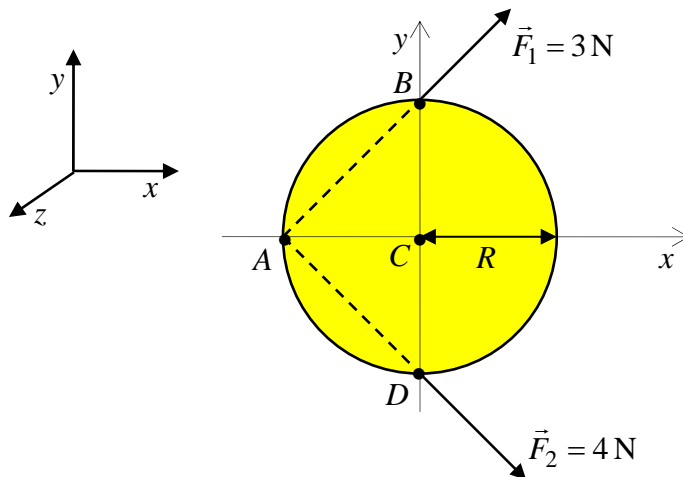
Tentamen Mechanica II (TN4120TA)

23 augustus 2005 9.00-12.00 uur

- Het tentamen bestaat uit drie opgaven
- Vermeld op elk blad uw naam en studienummer
- Het gebruik van syllabus, boeken e.d. is niet toegestaan

Opgave 1

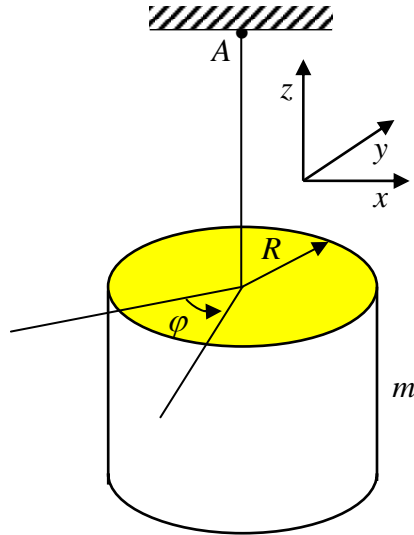
In een zwaartekrachtvrije ruimte bevindt zich een ronde schijf met massa $m = 1 \text{ kg}$ en straal $R = 1 \text{ m}$. De dikte is verwaarloosbaar klein t.o.v. de straal R en het punt C is het massamiddelpunt. Op de schijf werken twee krachten: $\vec{F}_1 = 3 \text{ N}$ en $\vec{F}_2 = 4 \text{ N}$ met dragers respectievelijk AB en AD . Het punt A ligt op de x -as en de punten B en D op de y -as. De punten A , B en D liggen op de rand van de schijf (zie figuur). Het traagheidsmoment van de schijf is $I_{z,C} = \frac{1}{2} mR^2$.



- Bereken de grootte en de richting van de resultante \vec{F}_{res} van \vec{F}_1 en \vec{F}_2 ($\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$).
- Op $t = 0$ is de schijf in rust. Bereken de snelheid v_C van het massamiddelpunt C en de kinetische translatie energie $E_{\text{kin,tr}}$, beide als functie van de tijd.
- Beide krachten \vec{F}_1 en \vec{F}_2 oefenen een krachtmoment uit t.o.v. C . Noem deze momenten respectievelijk $\vec{M}_{1,C}$ en $\vec{M}_{2,C}$. Het totale krachtmoment t.o.v. C , $\vec{M}_{\text{tot},C}$, is gelijk aan de som van $\vec{M}_{1,C}$ en $\vec{M}_{2,C}$ ($\vec{M}_{\text{tot},C} = \vec{M}_{1,C} + \vec{M}_{2,C}$). Bereken de grootte en richting van $\vec{M}_{\text{tot},C}$.
- Bereken de hoeksnelheid ω en de kinetische rotatie energie $E_{\text{kin,rot}}$, beide als functie van de tijd.

Opgave 2

Een homogene massieve cilinder met een massa $m = 1\text{ kg}$ en een straal $R = 0.05\text{ m}$ hangt aan een draad, die aan een vast punt A is bevestigd (zie figuur). De massieve cilinder kan een harmonische rotatie-trilling uitvoeren doordat de draad getordeerd wordt. De torsieconstante b' van deze draad heeft de waarde $b' = 5\pi^2 10^{-3}\text{ Nm}$. Het traagheidsmoment t.o.v. de as van een cilinder met massa m en straal R is $I_{\text{as}} = \frac{1}{2}mR^2$.



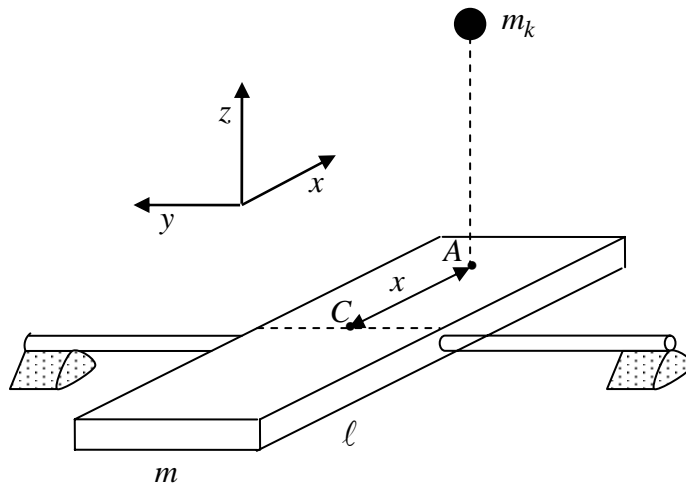
- a) Indien de wrijving verwaarloosd wordt wat is dan de bewegingsvergelijking van deze rotatieslinger? Laat daarmee zien dat voor de torsiehoek $\varphi(t)$ geldt

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \beta)$$

- b) Laat zien dat de eenheid van de torsieconstante b' inderdaad is zoals boven vermeld.
- c) Bereken de slingertijd T en de hoekfrequentie ω_0 van deze harmonische torsieslinger.
- d) Nu is gegeven dat op tijdstip $t = 0$ de torsiehoek $\varphi(t)$ gelijk is aan $\varphi(0) = \pi/60$ en de snelheid van de buitenkant van de cilinder $v(t)$ gelijk is aan $v(0) = -\pi^2/600$. Bereken met behulp van deze gegevens de waarden van φ_0 en β . Laat eventuele factoren π in het antwoord staan.
- e) Hoe verandert de trillingstijd T en de hoekfrequentie ω_0 indien i.p.v. een homogene massieve cilinder een holle, dunwandige cilinder met dezelfde straal R en dezelfde massa m wordt gebruikt?

Opgave 3

Een dunne lat heeft een lengte ℓ en een massa m . Door het massamiddelpunt C is een vast, ondersteunend asje gestoken. De lat ligt precies horizontaal (in het xy -vlak) in evenwicht. Een kogel met massa $m_k = 3m$ valt met een snelheid $\vec{v} = (0, 0, -v)$ loodrecht op de lat op een punt A dat op een afstand x van het massamiddelpunt C ligt (zie figuur). De botsing is volkomen elastisch en de kogel heeft na de botsing een snelheid \vec{u} .



- Wat gebeurt er met het massamiddelpunt C tijdens de botsing?
Is de impuls van het systeem (lat en kogel) tijdens de botsing behouden? En waarom.
Is het impulsmoment \vec{L}_A van het systeem behouden? En \vec{L}_C ? Verklaar je antwoorden.
- Onmiddellijk na de botsing roteert de lat met hoeksnelheid ω rond de as en is de snelheid van de kogel \vec{u} . Gegeven is dat het traagheidsmoment van de lat t.o.v. het massamiddelpunt C gelijk is aan $I_{z,C} = \frac{1}{12} m \ell^2$. Bereken dan u uitgedrukt in ω, ℓ en x .
- Laat zien dat $u = 0$ als $x = \frac{1}{6} \ell$. Druk voor dit geval ω uit in v en ℓ .
- Bereken de grootte van de krachtstoot (uitgedrukt in m en v) die de lat tijdens de botsing in C ondervindt als $u = 0$. Geef ook de richting van deze krachtstoot.
N.B. Dit onderdeel is ook zonder de resultaten van de overige onderdelen op te lossen!!