Mech-2 S.R. Kisoensingh 18 aug 2006

Opgave 1) $\varphi = 30°$

a) homogene bol (massief) en $F_w = 0\,N$ en bol glijdt (rolt niet!)

$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$a_c = \dfrac{F_z \sin\varphi}{m} \Leftrightarrow a_c = \dfrac{\cancel{m} g \sin\varphi}{\cancel{m}} \Leftrightarrow a_c = 10\ m/s^2 \cdot \sin 30° = \underline{5\ m/s^2}$

$S(t) = \frac{1}{2}\, 5\, t^2 = 2{,}5\, t^2$

$\underline{\underline{S(4) = 10\,m}}$

b) homogene bol (massief) en gaat rollen. $\bar{F}_w$ bestaat wel.

2 Formules en die gelijkstellen aan elkaar:

- $F_z \sin\varphi - F_w = m \cdot a_c$ $\qquad \boxed{F_w = F_n \mu = mg\cos\varphi\,\mu}$ → mech I

$mg \sin 30 - mg\cos 30\mu = m\, a_c$

$a_c = \dfrac{mg(\sin 30 - \cos 30\mu)}{m}$

$\boxed{a_c = 5 - 8{,}66\mu}$ I

- $M_c = -F_w R$

$= -F_n \mu R$

$= -mg\cos\varphi\,\mu R$

$M = I\alpha \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{-mg\cos\varphi\,\mu R}{\frac{2}{5} m R^2} = \dfrac{g\cos\varphi\,\mu}{\frac{2}{5} R}$

$\alpha = \dfrac{a_c}{R} \Rightarrow a_c = \alpha R = \dfrac{g\cos\varphi\,\mu}{\frac{2}{5}R} \cdot R = 21{,}65\mu$

$\boxed{a_c = 21{,}65\mu}$ II

I = II:

$5 - 8{,}66\mu = 21{,}65\mu \Leftrightarrow \mu = 0{,}16$

$a_c = 5 - 8{,}66(0{,}16) = 3{,}6\ m/s^2$

$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$

$= 1{,}8\, t^2$

$\boxed{S(2) = 7{,}19\,m}$

c) De massa is a/d buitenkant geconcentreerd, dus het traagheidsmoment is groter, het zal dus minder makkelijk roteren (rollen) ②

$$M = I \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{M}{I}$$

als $I >>>$ zal α kleiner worden ($<<<$)

$\alpha = \frac{a_c}{R}$ als $\alpha <<<$ wordt zal a_c ook kleiner worden

& $S = \frac{1}{2} a t^2$ en als $a <<<$ zal S ook $<<<$ worden

Kleiner.

d) $I_{cilinder} = mR^2$

- $M_c = -mg \cos\varphi \, \mu R$ (uit b)

$I = mR^2$

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{mR(-g\cos\varphi\mu)}{mR\,(R)} = \frac{-g\cos\varphi\mu}{R}$$

$$a_c = \alpha R \Leftrightarrow a_c = \frac{-g\cos\varphi\mu}{\cancel{R}} \cdot \cancel{R} = -g\cos\varphi\mu$$

$a_c = -g\cos\varphi\mu$

$\boxed{a_c = -0{,}66\mu}$ I

- $F_z \sin\varphi - F_w = m \cdot a_c$ (uit B)

$\hookrightarrow \boxed{a_c = 5 - 0{,}66\mu}$ II

$I = II$:

$5 - 0{,}66\mu = -0{,}66\mu$

Opgave 2)

a) Steiner: $I_{A,z} = I_c + m(\ell)^2$

$= I_c + m\ell^2$

massieve homogene schijf: $I = \frac{1}{2} m R^2$

$$\boxed{I_{A,z} = \frac{1}{2} m R^2 + m\ell^2}$$

b) $T_A = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{s m g}}$ met s = distance tot mmp (C)

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2} m R^2 + m\ell^2}{\ell m g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2} R^2 + \ell^2}{\ell g}}$$

c) $T_A'(\ell) = 0$ (kwaal werk)

d) mathematisch / fysische slinger: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{\ell + R}{g}}$$

dus $T_m = T_A$: $\frac{\frac{1}{2} R^2 + \ell^2}{\ell g} = \frac{\ell + R}{g}$

$$\ell g(\ell + R) = g(\tfrac{1}{2} R^2 + \ell^2)$$

$$\cancel{\ell^2 g} + \ell g R = \tfrac{1}{2} g R^2 + \cancel{g\ell^2}$$

$$\ell = \frac{\cancel{g} R^2}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{g} R}$$

$$\boxed{\ell = \tfrac{1}{2} R}$$

Opgave 3) Vaste as, dus geen translatie.
blijft steken, dus volkomen onelastische botsing dus verlies van ~~?~~ energie
dus BW I geldt niet.

a) I_c schijf $= \frac{1}{2} m_s R_s^2$

b) Constante $\bar{L}_c$ dus $\bar{M}_c = 0$

$M_c = 0$, want er werken geen krachten t.o.v. C op de schijf.

$\int 0 = \text{Constant}$ (behouden)

$(\int M = L)$

c)

BW III $\underbrace{\Sigma L_v}_{\text{kogel}} = \underbrace{\Sigma L_{na}}_{\text{kogel in schijf}}$ t.o.v.

$R_s \cdot m_k \cdot v_k = I_{tot}\, \omega$

$\bullet\ I_{tot} = I_{botspunt} = I_c + m_k (R_s)^2 = R_s^2 (\frac{1}{2} m_s + m_k)$

$$\omega = \frac{R_s m_k v_k}{R_s^2 (\frac{1}{2} m_s + m_k)} = \frac{2 m_k v_k}{(m_s + 2m_k) R_s}$$

d) $U_{k\,voor} = \frac{1}{2} m_k (v_k)^2$

$U_{k\,na} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} R_s (\frac{1}{2} m_s + m_k) \cdot \underbrace{\left(\frac{2 m_k v_k}{(m_s + 2m_k) R_s} \right)^2}_{(\omega^2)}$

na door rekenen blijkt logischerwijs
dat $U_{k\,na} < U_{k\,voor}$ → verlies = botsings/warmte energie (vervorming)

e) $\bar{S}_{as} = \Delta p = P_{na} - P_v$

→