

Tentamen
Datum: 29-08-2003

TN4110TU: Mechanica voor Technische Aardwetenschappen en Geodesie

L.R. van den Doel

L.R.vandenDoel@tnw.tudelft.nl

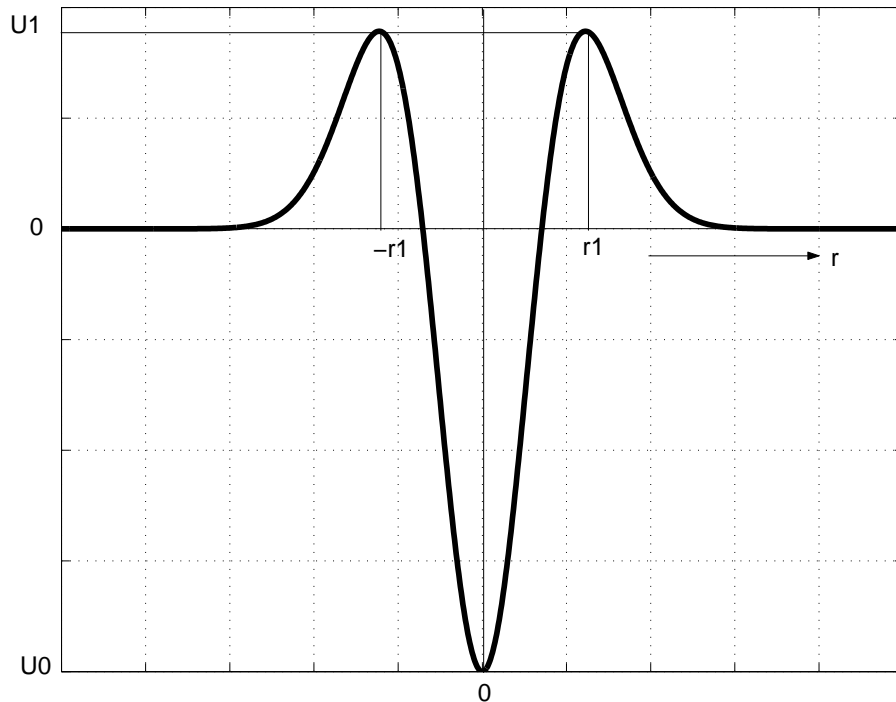
Opgave 1

Geosynchrone satellieten worden onder andere gebruikt voor telecommunicatie en worden zodanig in een cirkelvormige baan om de aarde gebracht dat ze precies boven hetzelfde punt op de evenaar blijven hangen. Een geosynchrone satelliet met massa $m = 1.5 \times 10^3 \text{ kg}$ zweeft om de aarde met massa $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$. De gravitatieconstante $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

- (2 punten)** Is de mechanische energie $E = U + K$ van de satelliet constant? Verklaar je antwoord.
- (2 punten)** Is het impulsmoment L van de satelliet constant? Verklaar je antwoord.
- (6 punten)** Wat is de straal R van de cirkelvormige baan van een geosynchrone satelliet om de aarde? *HINT: denk aan de centripetale kracht.*
- (6 punten)** Hoeveel energie zou deze geosynchrone satelliet moeten krijgen om vanuit deze baan met straal R in een cirkelvormige baan met straal $2R$ te bewegen.
- (4 punten)** Bereken de omwentelingsnelheid van de satelliet in zijn nieuwe baan in aantal omwentelingen per dag.

Opgave 2

Een alfa deeltje (heliumkern) binnen een grote atoomkern is gebonden aan de kern door de potentiële-energiefunctie in de onderstaande figuur.



- (6 punten)** Leidt een analytische functie $U(r)$ af, die deze vorm heeft met een minimum waarde U_0 voor $r = 0$ en een maximum waarde U_1 voor $r = r_1$ en $r = -r_1$. *HINT: beschouw afgeleides van een Gaussische functie $f(r) = \exp(-\frac{r^2}{s^2})$, waarin s een parameter is voor de breedte van de functie.*
- (6 punten)** Bereken de kracht $F(r)$, tussen het alfa deeltje en de kern als een functie van r .
- (4 punten)** Voor welke waarden van r is de kracht $F(r) = 0$?
- (4 punten)** Beschrijf voor alle posities r de mogelijke bewegingen van het alfa deeltje onder invloed van deze kracht $F(r)$.

Opgave 3

Als het stoplicht op groen springt, trekt een stilstaande auto (massa m) op met een constant vermogen $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$. Verderop in de straat, op een afstand van $25m$ staat een flitspaal. Het stoplicht staat binnen de bebouwde kom en flitst voorbijkomende auto's als de snelheid van de auto's tijdens het passeren van de flitspaal groter of gelijk is aan 60km/uur .

- a) **(2 punten)** Geef de eenheid van vermogen in SI-eenheden.
b) **(4 punten)** Bedenk dat in deze opgave geldt dat $F = m \frac{dv}{dt}$ en bewijs dat de snelheid van de auto tijdens het optrekken met constant vermogen P gegeven wordt door de volgende uitdrukking:

$$v(t) = \sqrt{\frac{2P}{m}} \sqrt{t}. \quad (1)$$

- c) **(4 punten)** Gegeven de bovenstaande uitdrukking voor de snelheid $v(t)$, bereken een uitdrukking voor de afgelegde weg $x(t)$ als een functie van de tijd t .
d) **(3 punten)** Na hoeveel tijd passeert de optrekkende auto de flitspaal? Geef je antwoord in termen van P en m .
e) **(3 punten)** Met welke snelheid passeert de optrekkende auto de flitspaal? Geef je antwoord in termen van P en m .
f) **(4 punten)** Een vermogen van 1pk (paardekracht) komt overeen met een vermogen van $7.36 \times 10^2\text{W}$. Is het mogelijk om met een auto met een vermogen van 200pk en een massa van 1000kg geflitst te worden?

Formulelijst

Deze lijst wordt bij elk tentamen uitgereikt. U dient op de hoogte te zijn van de betekenis van de gebruikte symbolen, alsook van de voorwaarden waaronder de verschillende formules geldig zijn. Triviale formules, zoals de tweede wet van Newton, zijn niet in deze lijst opgenomen.

<p>Poolcoördinaten: $d\mathbf{e}_r/dt = \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi$ en $d\mathbf{e}_\varphi/dt = -\dot{\varphi} \mathbf{e}_r$</p>
<p>Eén deeltje: $\mathbf{a}_{\text{tan}} = \dot{v} \mathbf{e}_{\text{tan}}; \quad \mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R} \mathbf{e}_n$ $\mathbf{v}_{\text{rad}} = \dot{r} \mathbf{e}_r; \quad \mathbf{v}_{\text{tr}} = r\dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi$</p>
<p>Ongedempte harm. trilling: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{b}}$ $x = A \cos(\omega t + \varphi), \quad \omega = \sqrt{b/m}$ $\mathbf{F}_{\text{grav}} = f(r) \mathbf{e}_r, \quad f(r) = (-Gm_1m_2)/r^2$ $F_{w,\text{st}} \leq \mu_{\text{st}}F_n; \quad F_{w,k} = \mu_k F_n$ $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$ $dE_k = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = -dE_p$ $\mathbf{F} = -\nabla E_p \Rightarrow F_x = -\partial E_p/\partial x$ enz. $\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0 \Leftrightarrow \partial F_y/\partial x - \partial F_x/\partial y = 0$ enz. $\mathbf{F} = f(r) \mathbf{e}_r \Leftrightarrow f(r) = -dE_p/dr$</p>
<p>Impuls- en krachtmoment: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}; \quad \mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}; \quad \mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt$</p>
<p>Twee deeltjes: $E_k = E'_k + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2$ $E_k = \frac{1}{2}\mu v_{\text{rel}}^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2$ $\mathbf{L}_C = \mathbf{r}_{12} \times \mu \mathbf{v}_{\text{rel}}$</p>
<p>N deeltjes: $E_k = E'_k + \frac{1}{2}mv_C^2$ $\mathbf{L}_O = \mathbf{L}_C + \mathbf{r}_C \times m\mathbf{v}_C$</p>