

**TENTAMEN TN4110TA**  
**MECHANICA I VOOR TAI**

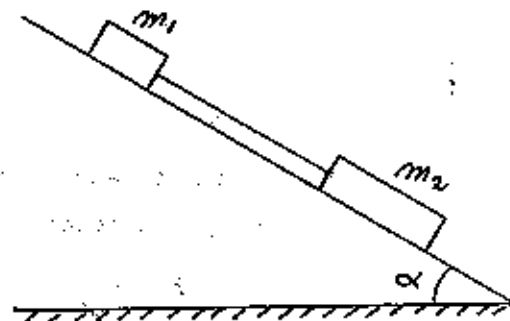
**17 JUNI 2002 VAN 9.00 TOT 12.00 UUR**

1.

Twee massa's,  $m_1 = 1$  kg en  $m_2 = 2$  kg, zijn verbonden door een massaloos, niet rekbaar touw. Samen glijden ze naar beneden over een helling die een hoek  $\alpha$  maakt met het aardoppervlak.

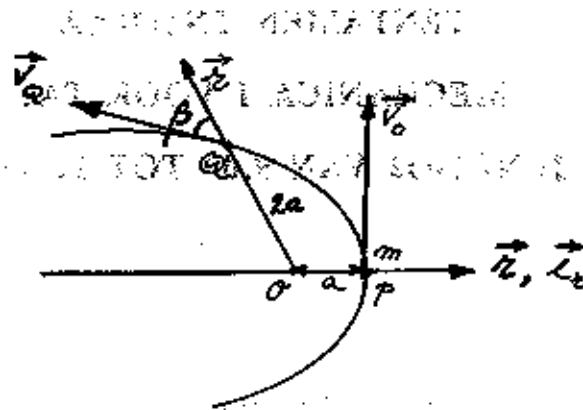
Het blok van 1 kg heeft een wrijvingscoëfficiënt  $\mu_{k1} = 0,60$  met het vlak, voor

het blok van 2 kg is deze:  $\mu_{k2} = 0,30$ .



- a. Maak een duidelijke figuur, waarin alle op de twee blokken werkende krachten zijn geschetst.
- b. Bereken de spankracht  $F$ , uitgedrukt in  $g$  en  $\alpha$ .
- c. Bereken de versnelling  $a$ , uitgedrukt in  $g$  en  $\alpha$ , waarmee de twee massa's naar beneden bewegen.
- d. Er is een grenshoek  $\alpha_0$  waarbij de massa's juist met constante (aanwezige) snelheid naar beneden glijden. Bereken deze hoek.

2.



Een puntmassa met massa  $m$  beweegt in een centraal krachtveld met  $O$  als centrum; de op  $m$  uitgeoefende kracht is gelijk aan:

$$\vec{F} = -\frac{C}{r^2} \cdot \vec{e}_r, \text{ met } C > 0.$$

Op zeker tijdstip passeert  $m$  het punt  $P$ , waar de afstand tot  $O$  minimaal is. Noem  $OP = a$ . De snelheid in  $P$  is  $\vec{v}_0$ ; gegeven is dat  $v_0 = \frac{5}{4} \sqrt{\frac{C}{ma}}$ .

Even later passeert  $m$  het punt  $Q$ ;  $OQ = 2a$ .

- Welke behoudswetten gelden tijdens de beweging voor  $m$ ? Waarom?
- Stel een uitdrukking op voor  $E_p$ .  
Bereken vervolgens de waarde van  $v_Q$ . Tip: Stel:  $v_Q = \alpha \cdot v_0$ .
- Bereken ook de waarde van  $\beta$ , de hoek tussen  $\vec{v}_Q$  en  $\vec{F}_Q$  in  $Q$ .
- Bereken de kromtestraal  $\rho$  van de baan in  $P$ .

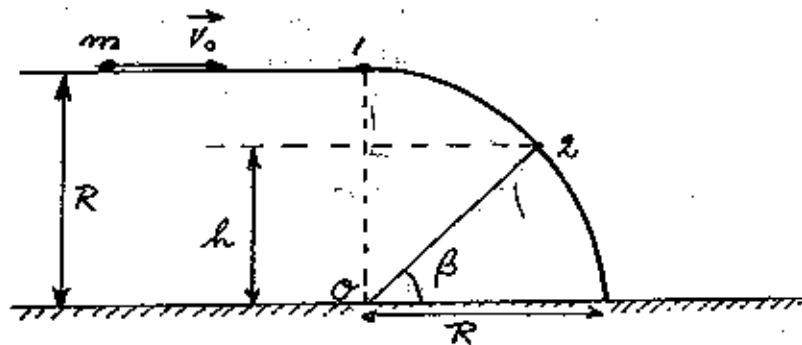
Font...

Font...

Font...

Font...

Font...



Een volkomen glad vlak, op afstand  $R$  van het aardoppervlak, sluit bij punt 1 aan op een volkomen glad vierde deel van een cirkelvormige cilinder met straal  $R$ . Zie de figuur voor de doorsnede van de cilinder; het middelpunt van de cirkel is  $O$ .

Een puntmassa  $m$  beweegt met constante snelheid  $\vec{v}_0$  over het horizontale vlak in de richting van punt 1.

a. De puntmassa verliest in punt 2 het contact met het oppervlak.

Toon aan, dat de hoek  $\beta$  waarbij dit gebeurt, wordt gegeven door:

$$\sin(\beta) = \frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR}, \text{ waar } g \text{ de versnelling van de zwaartekracht is.}$$

- b. 1) Druk  $v_0$  uit in  $g$  en  $R$  voor het geval dat  $\beta = \pi/4$  rad.  
2) Bij welke kleinste waarde van  $v_0$  (uitgedrukt in  $g$  en  $R$ ) raakt  $m$  reeds bij punt 1 los van het oppervlak?
- c. Op welke afstand van  $O$  komt de puntmassa in dit laatste geval op de grond terecht (uitgedrukt in  $R$ )?

**Formulelijst bij tn 4110TA (Mechanica I voor TA's).**

Deze lijst wordt m.i.v. 1/1-'99 bij elk tentamen uitgereikt. De gebruiker dient op de hoogte te zijn van de gebruikte symbolen, alsook van de voorwaarden waaronder de verschillende formules geldig zijn. Formules waarvan wordt aangenomen dat iedereen ze kent (zoals de tweede wet van Newton:  $\mathbf{F} = m\mathbf{\ddot{a}}$ ) zijn niet in deze lijst opgenomen. *N.B. Vetgedrukt symbool = vector.*

*Poolcoördinaten:*

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\phi}\vec{e}_\phi \quad \text{en} \quad \frac{d\vec{e}_\phi}{dt} = -\dot{\phi}\vec{e}_r$$

*Eén deeltje:*

$$\vec{a}_{\text{rad}} = \dot{v}\vec{e}_{\text{tan}}; \quad a_n = v^2/R$$

$$\vec{v}_{\text{rad}} = r\dot{\phi}\vec{e}_\phi; \quad \vec{v}_\phi = r\dot{\phi}\vec{e}_r$$

$$\text{Ongedempte harm. trilling: } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{b}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{grav}} = f(r)\vec{e}_r \quad \text{waarin } f(r) = (-Gm_1m_2)/r^2$$

$$F_{\text{w}_n} \leq \mu_n F_n; \quad F_{\text{w}_s} = \mu_s F_n$$

$$P = \mathbf{F} \cdot \vec{v}$$

$$dE_k = \mathbf{F} \cdot d\vec{r} = -dE_p$$

$$\mathbf{F} = -\nabla E_p \rightarrow F_x = -\partial E_p / \partial x \quad \text{enz.}$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \rightarrow \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} = 0 \quad \text{enz.}$$

$$\mathbf{F} = f(r)\vec{e}_r \rightarrow f(r) = -dE_p/dr$$

*Impuls- en krachtmoment:*

$$\mathbf{L} = \vec{r} \times m\vec{v}; \quad \mathbf{M} = \vec{r} \times \mathbf{F}; \quad \mathbf{M} = \dot{\mathbf{L}}$$

*Twee deeltjes:*

$$E_k = E_k' + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}\mu v_{\text{rel}}^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2$$

$$\vec{L}_C = \vec{r}_{12} \times \mu\vec{v}_{\text{rel}}$$

*N deeltjes:*

$$E_k = E_k' + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\vec{L}_O = \vec{L}_C + \vec{r}_C \times m\vec{v}_C$$