OEFEN-TENTAMEN OPGAVEN periode 1 (2010 -2011)

Opgave 1

Een bolvormige elektronenwolk met een straal R heeft een middelpunt M in de oorsprong. De ruimteladingsdichtheid $\rho(<0)$ is overal binnen de wolk even groot. Men schiet met een snelheid v_o van zeer grote afstand buiten de wolk, een elektron (lading $-e$ en massa m_e) in de richting van M. De potentiaal in het oneindige wordt nul gesteld.

a) (5p) Bereken de potentiaal V(R) aan de rand van de elektronenwolk en schets het verloop van V(r) voor r > R . (stel hierbij V = 0 voor r = ∞)

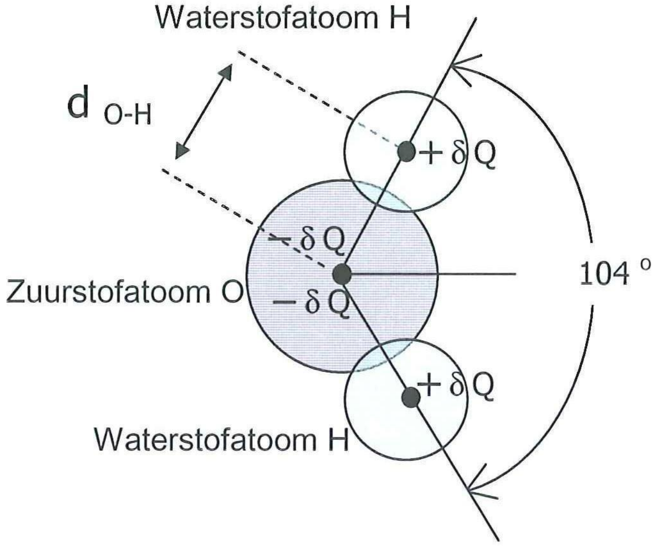
b) (5p) Bereken de elektrische veldsterkte $\vec{E}(r)$ binnen de elektronenwolk als functie van de afstand r tot het middelpunt M. (0< r< R)

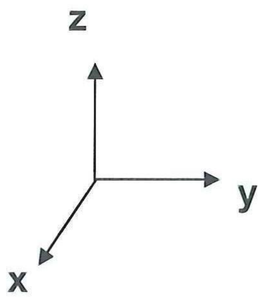
c) (5p) Bereken vervolgens het *potentiaalverschil* tussen het middelpunt M en de rand van de elektronenwolk

d) (5p) Bereken de potentiaal V(r) voor (0 < r < R) en schets deze potentiaal als functie van r in de figuur gemaakt bij onderdeel a)

e) (5p) Hoe groot moet de snelheid v_o minstens zijn, opdat het elektron door de wolk heen kan worden geschoten?

Opgave 2





In het hierboven geschetste model van een watermolecuul bedraagt de afstand ($d_{O\text{-}H}$) tussen het waterstofatoom (H) en het zuurstofatoom (O) ongeveer 1Å ($=1\times10^{-10}$ m) .
De hoek tussen de lijnen getrokken vanuit het centrum van het zuurstofatoom naar de twee H atomen bedraagt 104°.

Op elk waterstof atoom bevindt zich een effectieve lading δQ van + 5×10^{-20} C gecentreerd gedacht in het midden van H. Evenzo bevindt zich een effectieve lading $-2 \times \delta Q = -10 \times10^{-20}$ C op het midden van het zuurstofatoom.

a) (5p) Bereken met deze gegevens het dipoolmoment $\vec{p}$ van het watermolecuul.
(doe dit door eerst het dipoolmoment van één O-H binding te berekenen. Het totale dipoolmoment wordt verkregen door vectorieel optellen van beide dipoolmomenten)

Deze dipool wordt geplaatst in het centrum van een coördinatenstelsel met $\vec{p}$ wijzend in de positieve Y-richting

Vervolgens worden om het watermolecuul twee vierkante vlakke metalen platen geplaatst evenwijdig aan het X-Y vlak. De oppervlakte A van de platen is 1 m^2.
Het midden van plaat 1 doorsnijdt de Z-as in het punt (0,0,a) en heeft een positieve oppervlaktelading Q van 0.5 μC .
Het midden van plaat 2 doorsnijdt de Z-as in het punt (0,0,-a) en heeft een negatieve oppervlaktelading Q van – 0.5 μC
Veronderstel dat de afmetingen van de platen veel groter zijn dan de afstand 2a tussen de platen.

b) (5p) Bereken het elektrische veld tussen de platen $E_{vl.\ pl}$ en de kracht op de dipool van het watermolecuul als gevolg van $E_{vl.\ pl}$

c) (5p) Bereken het koppel op de dipool van het watermolecuul als gevolg van $E_{vl.\ pl}$

d) (5p) Bereken de potentiële energie van de dipool in het veld $E_{vl.\ pl.}$

e) (5p) Als het watermolecuul in staat is te draaien, in welke richting staat de dipool bij minimale potentiële energie en hoe groot is deze potentiële energie?.

Opgave 3

In een begrensd gebied in de buurt van de oorsprong van een rechthoekig coördinaatstelsel is de potentiaal V van een elektrisch veld gegeven door:

$$V(x,y,z) = -ax + \frac{1}{2}y^2 - cz$$

a, ~~b~~ en c zijn positieve constanten.

a) (5 p.) Bereken de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ in dit gebied.

b) (5 p.) Bereken de totale lading binnen een kubus met zijden d waarvan één hoek zich bevindt in de oorsprong (0,0,0) en een andere op positie (d,d,d) .

In de oorsprong plaatst men een elektrische dipool $\vec{p} = p\vec{i}$ gericht langs de positieve x-as.

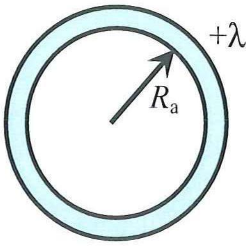
c) (5 p.) Bepaal het koppelmoment $\vec{T}$ op deze dipool $\vec{p}$ in het $\vec{E}$-veld.

d) (5 p.) Bepaal de potentiële energie U_{pot} van de dipool $\vec{p}$ in het $\vec{E}$-veld.

e) 5 p.) Bepaalde de richting van de dipool indien potentiële energie U_{pot} van de dipool $\vec{p}$ in het E veld minimaal is.

Opgave 4

Beschouw een zeer lange geleidende cilinder met een binnenstraal R_a en een buitenstraal $R_a+\delta$ die een positieve lading bevat van λ per meter lengte (zie Figuur 1) waarbij $\delta = R_a/10$.

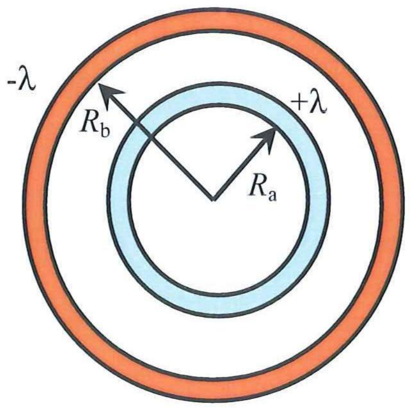


Figuur 1

a) (4 p.) Hoeveel lading zit er per meter lengte op de binnenzijde ($r = R_a$), de buitenzijde ($r = R_a+\delta$), en in het inwendige van de cilinder ($R_a < r < R_a+\delta$)? Straal r is de afstand tot het centrum van de cilinder.

b) (4 p.) Bepaal met behulp van de stelling van Gauss de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ als functie van de afstand r ($0 < r < \infty$). Beschouw een cilindrisch gesloten oppervlak met een straal r en een lengte l.

Vervolgens plaatsen we rond deze cilinder een tweede geleidende cilinder met een binnenstraal R_b en een buitenstraal $R_b+\delta$ die een negatieve lading bevat van $-\lambda$ per meter lengte (zie Figuur 2). Het centrum van beide cilinders valt samen en $R_b = 2R_a$.



Figuur 2

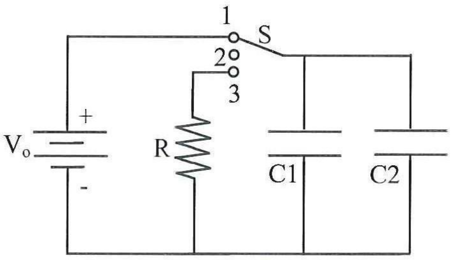
c) (4 p.) Hoeveel lading zit er per meter lengte op de binnenmantel ($r = R_b$), de buitenmantel ($r = R_b+\delta$), en in het inwendige van de cilinder ($R_b < r < R_b+\delta$) van de buitenste cilinder?

d) (4 p.) Bepaal met behulp van de stelling van Gauss de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ als functie van de afstand r ($0 < r < \infty$). Beschouw weer een cilindrisch gesloten oppervlak met een straal r en een lengte l.

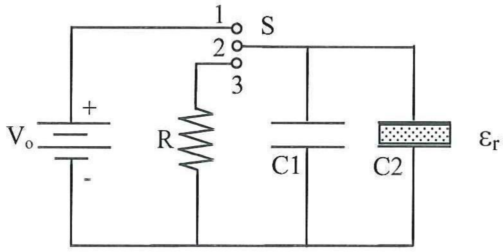
e) (4 p.) Bereken het potentiaalverschil ΔV tussen het buitenoppervlak van de binnenste cilinder ($R_a+\delta$) en het binnenoppervlak van de buitenste cilinder (R_b).

f) (4 p.) Bereken de capaciteit C per meter lengte van het stelsel gevormd door beide cilinders.

Opgave 5



Toestand A



toestand B

Bovenstaande schakeling toont een spanningsbron ($\mathcal{E} = V_o$ Volt) die via schakelaar S is verbonden met condensatoren C1 en C2. Beide condensatoren hebben een capaciteit gelijk aan C Farad Door de schakelaar in stand 3 te zetten worden de condensatoren verbonden met een weerstand van R Ω. Indien de schakelaar in stand 2 staat zijn zowel de spanningsbron en de weerstand van de condensatoren losgekoppeld.

a) Geef voor toestand A de hoeveelheid lading op C1 en C2.

b) Vervolgens wordt de schakelaar in stand 2 gezet en wordt **daarna** de ruimte tussen de platen van C2 gevuld met dielectricum met dielectrische constante ε_r. (Toestand B) Bereken de hoeveelheid lading op C1 en op C2.

c) Bereken het verschil in energieinhoud van de condensatoeren in toestand A en B.

Wederom uitgaande van toestand A wordt nu eerst het dielectricum in C2 geplaatst.

d) Bereken de hoeveelheid lading op C1 en op C2.

Vervolgens wordt de schakelaar in stand 2 gezet zodat toestand B wordt verkregen.

e) Bereken het verschil in energieinhoud tussen toestand A en B.

Teken in **één** figuur het verloop van de stroom (i_R) door weerstand R als functie van de tijd

f) als in toestand A de schakelaar van stand 1 naar stand 2 wordt gezet

EN

g) als in toestand B (verkregen zoals aangegeven bij vraag b) de schakelaar van stand 1 naar stand 2 wordt gezet