Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
maandag 20 juni 2011, 9:00-11:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. De functie $f : \mathbb{R}\backslash(0,0) \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

(2) (a) Teken de hoogtelijnen met hoogte $0, \frac{1}{2}$ en 1 van f.

(1) (b) Ga na of $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ bestaat.

(2) (c) Bepaal de linearisering van f in $(4,3)$.

2. De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + 3xy - 7x + \frac{3}{2}y^2 - 9y + 2$.

(2) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in $(1,3)$ in de richting van de vector $\mathbf{v} = \langle 1, 2\rangle$.

(3) (b) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f en ga na of f in deze punten een minimum, een maximum of een zadelpunt heeft.

(4) 3. Bereken: $\displaystyle\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3+1}\, dy\right) dx.$
Aanwijzing: schets het gebied en verander de integratievolgorde.

(3) 4. E is het viervlak met hoekunten $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ en $(0,0,3)$.
Schrijf $\displaystyle\iiint_E f(x,y,z)\, dV$ als herhaalde integraal, dus als $\displaystyle\int_{\cdots}^{\cdots}\int_{\cdots}^{\cdots}\int_{\cdots}^{\cdots} f(x,y,z)\, dz\, dy\, dx$
(een andere integratievolgorde mag ook).

5. Het lichaam E ligt binnen de bol met vergelijking $x^2+y^2+z^2 = 4$ en boven het vlak met vergelijking $z = 1$.

(2) (a) Beschrijf E in bolcoördinaten.

(2) (b) Beschrijf E in cilindercoördinaten.

(2) (c) Bereken de massa van E als de massadichtheid K gegeven is door
$K(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

(4) 6. Bereken de oppervlakte van het gebied binnen de ellips met vergelijking $x^2 - xy + y^2 = 3$.

Aanwijzing: Pas de transformatie $\begin{cases} x = \sqrt{3}\, u - v \\ y = \sqrt{3}\, u + v \end{cases}$ toe.