Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
vrijdag 15 april 2011, 9:00-11:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. De functie $f : \mathbb{R}\backslash(0,0) \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = \dfrac{2x}{x^2+y^2}$.

(2) (a) Teken de hoogtelijnen met hoogte 0, 1 en 2 van f.

(1) (b) Ga na of $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ bestaat.

(2) (c) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 2, \frac{2}{5})$.

2. De functie $f : \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | \, x > 0\} \to \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x,y) = y \ln x + \frac{1}{x} - y.$$

(2) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in $(1,2)$ in de richting van de vector $\mathbf{v} = \langle 3, 4 \rangle$.

(1) (b) Laat zien dat $(e, \frac{1}{e})$ het enige stationaire punt (critical point) van f is.

(2) (c) Ga na of f in $(e, \frac{1}{e})$ een minimum, een maximum of een zadelpunt heeft.

(4) 3. Gegeven is het gebied $D = \{(x,y) | \, y \geq 0, \; y^2 \leq x \leq 1\}$.

Bereken $\displaystyle\iint_D y \sin(x^2)\, dA$.

(5) 4. G is het gebied binnen de ellips $(2x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Bereken $\displaystyle\iint_G (4x+2y)\, dA$. Aanwijzing: pas de transformatie $2x - 1 = u, y - 2 = v$ toe.

(4) 5. $E = \{(x,y,z) | \, 0 \leq z \leq 1 + x^2, \; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Bereken $\displaystyle\iiint_E \frac{1}{x^2+y^2}\, dV$.

(4) 6. H is het lichaam binnen de bol $x^2+y^2+z^2 = 4$, boven de kegel $z = \sqrt{x^2+y^2}$.

Dus $H = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | \; x^2+y^2+z^2 \leq 4, \; z \geq \sqrt{x^2+y^2}\}$.

Bereken $\displaystyle\iiint_H z^2 \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dV$.

Aangeraden wordt gebruik te maken van bolcoördinaten.

* * * * * * *