
Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

1. De functie $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $g(x, y) = 2 - \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}$.

(2) (a) Teken een hoogtekaart (hoogte 0, 1 en 2) en schets de grafiek van g .

(2) (b) Bereken, indien ze bestaan, de volgende limieten:

$$\lim_{y \rightarrow 3} \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) \right), \lim_{x \rightarrow 1} \left(\lim_{y \rightarrow 3} \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) \right), \lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} \frac{\partial g}{\partial x}(x, y).$$

(2) (c) Bepaal de linearisering $L(x, y)$ van g in $(4, -1)$.

2. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y) = x^3 + 2x^2 + x + y^2$.

(2) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in het punt $(-2, 1)$ in de richting van de vector $\langle -1, 3 \rangle$.

(3) (b) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f en ga van elk van deze punten na of het een lokaal minimum, een lokaal maximum of een zadelpunt betreft.

(4) 3. Bereken: $\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3 + 1} dy \right) dx$.

Aanwijzing: schets het gebied en verander de integratievolgorde.

(3) 4. $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$, de massadichtheid $\rho(x, y)$ is constant. Bereken de coördinaten van het massamiddelpunt.

(2) 5. Bereken de oppervlakte van het gebied binnen de ellips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ met a en b positieve constanten.

Aanwijzing: u kunt gebruik maken van de transformatie $\begin{cases} x = au \\ y = bv \end{cases}$.

(3) 6. E is het viervlak met hoekpunten $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$ en $(1, 1, 2)$.

Schrijf $\iiint_E f(x, y, z) dV$ als herhaalde integraal, dus als $\int_{\dots}^{\dots} \int_{\dots}^{\dots} \int_{\dots}^{\dots} f(x, y, z) dz dy dx$

(een andere integratievolgorde mag ook). Aanwijzing: maak een schets.

(4) 7. H is het lichaam binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en boven de kegel $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Dus $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

Bereken $\iiint_H z \sqrt{x^2 + y^2} dV$.

Tentamen Analyse, deel 3, WI1300TA
vrijdag 16 april 2010, 14:00-16:00 uur.

Antwoorden:

1. (a) -
(b) 0, bestaat niet, bestaat niet
(c) $L(x, y) = -3 - \frac{3}{5}(x - 4) + \frac{4}{5}(y + 1)$
2. (a) $\frac{1}{\sqrt{10}}$
(b) $(-1, 0)$ zadelpunt, $(-\frac{1}{3}, 0)$ minimum.
3. $\frac{52}{9}$
4. $(\frac{28}{9\pi}, \frac{28}{9\pi})$
5. $ab\pi$
6. $\int_0^1 \int_{1-x}^1 \int_0^{2x+2y-2} f(x, y, z) dz dy dx$
7. $\frac{16}{15}\pi\sqrt{2}$