Faculteit EWI, afdeling DIAM
Deeltentamen 3, Mathematics 2, AESB1210
Dinsdag 28 januari 2014, 10.00-11.30 uur

- Er zijn geen hulpmiddelen toegestaan, dus geen rekenmachine en geen formuleblad.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (score+2.5)/2.5 , afgerond op 1 decimaal, geeft het tentamencijfer.
- Normering:

Opg. 1a	$1\frac{1}{2}$	Opg. 2a	3	Opg. 3a	2	Opg. 4	4
Opg. 1b	2	Opg. 2b	4	Opg. 3b	2		
Opg. 1c	2			Opg. 3c	2		

---

1. Gegeven zijn matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 3 & 3 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ en een bijbehorende echelonvorm $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, dus A en B zijn rij-equivalent (dit hoeft u niet te controleren).

a. Bepaal een basis van $COL(A)$.

b. Bepaal een basis van $NUL(A)$.

c. Bereken $\dim(NUL(A^T))$.

2. In $\mathbb{R}^4$ zijn gegeven de lineaire deelruimte $W = Span\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$ en vector $\underline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

a. Bepaal een basis van $W^\perp$, het orthogonale complement van W in $\mathbb{R}^4$.

b. Schrijf $\underline{v}$ als $\underline{v} = \underline{w} + \underline{u}$ waarbij $\underline{w} \in W$ en $\underline{u} \in W^\perp$.

z.o.z.

3. **Bewijs** of **weerleg** de volgende drie beweringen:

a. **Bewering 1**: Als $\underline{u}, \underline{v} \in \mathbb{R}^n$ en $\|\underline{u}\| = \|\underline{v}\|$, dan geldt $(\underline{u} + \underline{v}) \perp (\underline{u} - \underline{v})$.

b. **Bewering 2**: Als $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ een willekeurige vector is uit $\mathbb{R}^3$ en $\underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ dan geldt $\begin{bmatrix} a_2 - a_3 \\ a_3 - a_1 \\ a_1 - a_2 \end{bmatrix} \in Span\{\underline{a}, \underline{b}\}^{\perp}$, het orthogonale complement van $Span\{\underline{a}, \underline{b}\}$ in $\mathbb{R}^3$.

c. **Bewering 3**: Als U een orthogonale matrix is (dus een vierkante matrix met orthonormale kolommen) dan geldt U is inverteerbaar en $U^{-1} = U^T$.

4. Bereken, door toepassing van de kleinste-kwadratenmethode, β_0 en β_1 zodanig dat de grafiek van de functie $y = \beta_0 + \beta_1 2^x$ zo goed mogelijk aansluit bij de punten $(0,6)$, $(1,3)$ en $(2,0)$ in het xy-vlak.