Faculteit EWI, afdeling DIAM
Deeltentamen 2, Mathematics 2, AESB1210
Vrijdag 10 januari 2014, 14.00-15.30 uur

- Er zijn geen hulpmiddelen toegestaan, dus geen rekenmachine en geen formuleblad.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (score+2.5)/2.5 , afgerond op 1 decimaal, geeft het tentamencijfer.
- Normering:

Opg. 1	3	Opg. 2	2	Opg. 3	2	Opg. 4a	2	Opg. 5	3	Opg. 6a	2
						Opg. 4b	2			Opg. 6b	2
						Opg. 4c	2.5			Opg. 6c	2

1. Bepaal voor elke $\alpha \in \mathbb{R}$ de *gereduceerde* echelonvorm van matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & -10 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & \alpha \\ 2 & -2 & -14 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Ga na voor welke waarde(n) van $\beta \in \mathbb{R}$ het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 & = \beta \\ x_2 + (\beta - 2)x_3 & = 1 \\ (\beta^2 + 9\beta - 22)x_3 & = 6 - 3\beta \end{cases} \quad \text{strijdig is.}$$

3. De aangevulde matrix van een stelsel lineaire vergelijkingen kan woren geveegd tot

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$ Geef de oplossingsverzameling van dit lineaire stelsel in *parametervorm*.

4. Gegeven zijn de afbeeldingen $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ en $\mathcal{S} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Hierbij is $\mathcal{T}$ de afbeelding die een vector uit $\mathbb{R}^2$ eerst spiegelt in de x_2-as en vervolgens (het spiegelbeeld) roteert om (0,0) over $\frac{\pi}{4}$ radialen tegen de klok in (counterclockwise).

Afbeelding $\mathcal{S}$ heeft het voorschrift $\mathcal{S}\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -3x_1 + 5x_2 \\ 6x_1 - 10x_2 \end{bmatrix}$.

a. Toon aan dat afbeelding $\mathcal{S}$ lineair is.

b. Bepaal $NUL(\mathcal{S})$, de nulruimte van $\mathcal{S}$, en $R(\mathcal{S})$, de beeldruimte van $\mathcal{S}$.

c. Geef de standaardmatrix van afbeelding $\mathcal{T}$ (ook afbeelding $\mathcal{T}$ is lineair, dat mag u aannemen zonder aan te tonen).

5. Bereken matrix B als gegeven is dat $(4B^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$.

6. Bewijs of weerleg de volgende 3 beweringen:

a. Bewering 1: Als $\{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}$ een verzameling vectoren is in $\mathbb{R}^n$, die lineair afhankelijk is, dan volgt $\underline{c} \in Span\{\underline{a}, \underline{b}\}$.

b. Bewering 2: De afbeelding $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ met voorschrift $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 \\ -2 \end{bmatrix}$ is lineair.

c. Bewering 3: Als A een $n \times n$-matrix is met de eigenschap $A^2 = 0$, dan is $I_n + A$ inverteerbaar en geldt $(I_n + A)^{-1} = I_n - A$. (Uiteraard staan O en I_n resp. voor de nulmatrix en de eenheidsmatrix met afmeting $n \times n$).