Faculteit EWI, afdeling DIAM
Deeltentamen 2, Mathematics 2, AESB1210
Maandag 24 januari 2014, 18.30-21.30 uur

- Er zijn geen hulpmiddelen toegestaan, dus geen rekenmachine en geen formuleblad.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (score+3)/3 , afgerond op 1 decimaal, geeft het tentamencijfer.
- *LET OP: U mag 1 klokuur aan dit deeltentamen besteden (als u op tijd hieraan bent begonnen), na 1 uur dient u uw uitwerking in te leveren en mag u (indien u dat wenst) een ander deeltentamen maken. Hieraan mag u wederom een klokuur besteden. De uitwerkingen van de deeltentamens worden dus ingenomen om 19.30, 20.30 en 21.30 uur. Degenen die over een verklaring beschikken krijgen per deeltentamen 10 minuten extra.*

---

1. Gegeven zijn de vectoren $\underline{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{a}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}, \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \\ 2+\alpha^2 \end{bmatrix}$

en vector $\underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \\ 3\beta - 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ waarbij $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a. Ga na voor welke waarde(n) van α het stelsel vectoren $\{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$ lineair onafhankelijk is.

b. Neem $\alpha = 0$ en bepaal voor welke waarde(n) van β geldt $\underline{b} \in Span\{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$.

2. Zij $\mathcal{S} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de lineaire afbeelding die $\underline{e}_1$ afbeeldt op $\underline{e}_1$ en $\underline{e}_2$ op $\underline{e}_2 - \underline{e}_1$ (een zgn. horizontal shear) en $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de samenstelling van eerst $\mathcal{S}$ en vervolgens de orthogonale projectie op $Span\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$. U mag in deze opgave aannemen dat afbeelding $\mathcal{T}$ lineair is.

a. Bepaal een vector $\underline{x} \in \mathbb{R}^2$ zodat $\mathcal{S}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \end{bmatrix}$.

b. Geef de standaardmatrix van $\mathcal{T}$.

c. Geef een basis van $NUL(\mathcal{T})$ en een basis van $R(\mathcal{T})$.

z.o.z.

3. Gegeven is de matrixvergelijking $X^T B^{-1} = I_n + A$, waarbij A en B inverteerbare $n \times n$-matrices zijn en I_n de eenheidsmatrix is met afmeting $n \times n$. Druk de eenduidige oplossing voor matrix X uit in *alleen* A^T en B^T.

4. Gegeven zijn twee 2×2-matrices A en B waarvan we weten $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ en $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$. Bepaal matrix A.

5. **Bewijs** of **weerleg** de volgende 2 beweringen:

a. **Bewering 1**: Matrix $C = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$ representeert een rotatie om (0,0) in $\mathbb{R}^2$.

b. **Bewering 2**: Er bestaat geen matrix F zodanig dat $F\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Normering:

Opg. 1	totaal 6	Opg. 2a	2	Opg. 3	4	Opg. 4	4	Opg. 5a	3
		Opg. 2b	3					Opg. 5b	2
		Opg. 2c	3						