Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen Analyse, deel 3, WI1 230TA
dinsdag 1 april 2008, 14:00-16:00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. De functie $f : \{(x,y) | \, y \geq 0\} \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x,y) = 2x\sqrt{y}$.

(2) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in $(2,4)$ in de richting van de vector $\mathbf{v} = \langle 1, 2 \rangle$.

($1\frac{1}{2}$) (b) i. In welke richting is de richtingsafgeleide van f in $(2,4)$ maximaal?
ii. Hoe groot is deze richtingafgeleide?

($1\frac{1}{2}$) (c) Bepaal de linearisering van f in $(2,4)$.

2. De functie $f : \{(x,y) | \, x > 0\} \to \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x,y) = 5 \arctan y - \frac{y}{x} + 2 \ln x.$$

(2) (a) Laat zien dat $(1,-2)$ een stationair punt (critical point) van f is.

(2) (b) Ga na of f in $(1,-2)$ een minimum, een maximum of een zadelpunt heeft.

(4) 3. Bereken $\displaystyle\int_0^1 \int_x^1 y^2 e^{xy} \, dy \, dx$.

Aanwijzing: misschien helpt een andere integratievolgorde.

(5) 4. G is het gebied binnen de ellips $(2x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Bereken $\displaystyle\iint_G (4x + 2y) \, dA$. Aanwijzing: pas de transformatie $2x - 1 = u, y - 2 = v$ toe.

(4) 5. $E = \{(x,y,z) | \, x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

Bereken $\displaystyle\iiint_E 2x \, dV$.

(5) 6. V is het gebied binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en boven het vlak $z = 1$.

Bereken $\displaystyle\iiint_V \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \, dV$.

Aanwijzing: Schrijf de integraal als herhaalde integraal met behulp van cilindercoördinaten:

$$\int_{\cdots}^{\cdots} \int_{\cdots}^{\cdots} \int_{\cdots}^{\cdots} (\cdots) dr \, dz \, d\theta$$ (let op de integratievolgorde) of gebruik bolcoördinaten.

Antwoorden:

1. (a) $\frac{6}{\sqrt{5}}$
   (b) i. $\langle 4, 1 \rangle$
       ii. $\sqrt{17}$
   (c) $L(x, y) = 8 + 4(x - 2) + (y - 4)$
2. (a) -
   (b) minimum
3. $\frac{1}{2}e - 1$
4. 3π
5. $\frac{1}{12}$
6. π