Technische Universiteit Delft
Faculteit Informatietechnologie en Systemen
Mekelweg 4, Delft

Tentamen analyse moduul 3 voor TA en GE
Woensdag 27 maart 2002, 9.00-11.00 uur.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie. Het gebruik van een "VWO-rekenmachine" en de uitgereikte tabel is toegestaan.

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD

---

1. $f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\; x > 0,\; y > 0\} \to \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y) = x^2y - x - \ln(xy)$.

(2) (a) Bepaal de richtingsafgeleide van f in $(1, 2)$ in de richting van de vector $\mathbf{v} = \langle 3, -4\rangle$.

(2) (b) Laat zien dat $(1, 1)$ het enige stationaire punt (critical point) van f is.

(2) (c) Ga na of f in $(1, 1)$ een minimum, een maximum of een zadelpunt heeft.

2. In een omgeving van $(1, 2)$ is z impliciet gegeven als continue functie van x en y, $z = f(x, y)$, door:

$$ze^{1-x} + yz^3 + 3x = 0, \quad f(1, 2) = -1.$$

(2) (a) Bepaal $\dfrac{\partial z}{\partial x}(1, 2)$ en $\dfrac{\partial z}{\partial y}(1, 2)$.

(1) (b) Bepaal de linearisering van f in (1,2).

(4) 3. $D = \{(x, y) |\, 0 \le y \le \sqrt{x},\; x + y \le 2,\;\; y \ge 0\}$, de massadichtheid $\rho(x, y)$ is constant. Bereken de y-coördinaat van het massamiddelpunt.

(4) 4. Bereken de oppervlakte van het deel van de kegel $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ dat binnen de cilinder $x^2 + y^2 \le 2x$ ligt.

5. Het gebied G in $\mathbb{R}^3$ wordt gegeven door

$$G = \big\{(x, y, z) |\, x^2 + y^2 + z^2 \le 4,\; x^2 + y^2 \ge 3,\; 0 \le x \le y,\; z \ge 0\big\}$$

(2) (a) Schets G.

(2) (b) Beschrijf het gebied G in cilindercoördinaten.

(2) (c) Bereken de inhoud van G.

(4) 6. $E = \{(x, y) |\; x + y \le 2,\; x \ge 0,\; y \ge 0\}$.
Bereken $\displaystyle\iint_E e^{(x+y)^2} dA$.
Aanwijzing: Pas de transformatie $x = u - v,\; y = v$ toe.

Antwoorden tentamen analyse, deel 3, maart 2002

1. (a) $\frac{4}{5}$
   (b) -
   (c) zadelpunt
2. (a) $-\frac{4}{7}$, $\frac{1}{7}$
   (b) $L(x,y) = -1 - \frac{4}{7}(x-1) + \frac{1}{7}(y-2)$
3. $\frac{4}{15}$
4. $\pi\sqrt{2}$
5. (a) -
   (b) $\{\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},\ 0 \leq z \leq \sqrt{4-r^2},\ \sqrt{3} \leq r \leq 2\}$
   (c) $\frac{\pi}{12}$
6. $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$.